

○嶋根裕太（東大） 石垣泰暉（東大） 山本江（東大）

本稿ではこれらの推定手法に基づき推定した義足の粘弾性について順動力学シミュレーション結果と計測結果を比較することにより妥当性を評価する。順動力学シミュレーションでは、計測時と同じ初期状態を与え、推定した粘弾性行列を用いて競技用義足の内力を計算し、ひずみの時間発展を計算する。この結果を計測結果と比較することで、PCS モデルによるシミュレーションが競技用義足の動的な変形を再現する上で有効であることを示す。

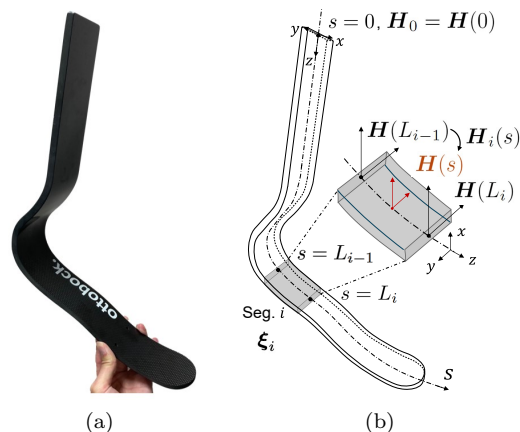


図 1 (a) 競技用板バネ義足 (Sprinter 1E90, Ottobock).
(b) 義足の PCS モデル

2. 義足の柔軟変形計算

2.1 PCS モデルの運動学

図 1(a) のような義足の柔軟変形計算に PCS モデルを使用する. PCS モデルは Cosserat モデル [5] に基づき, ロッド形状の変形を分割された有限個のセグメントとして計算する. 連続 Cosserat モデルの構成曲線は次のように表される.

$$\mathbf{H}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(s) & \mathbf{p}(s) \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \in \text{SE}(3) \quad (1)$$

ただし, s は連続体の中心軸座標であり, $\mathbf{R} \in \text{SO}(3)$, $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ はそれぞれ回転行列, 位置ベクトルを表す. PCS モデルでは, 柔軟変形により生じる構成曲線 $\mathbf{H}(s)$ の変位を 6 次元のひずみベクトル $\boldsymbol{\xi}(s) = [\mathbf{k}^T \mathbf{u}^T]^T \in \mathbb{R}^6$ として次式のように定義する.

$$[\xi \times] := \mathbf{H}^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial s} = \begin{bmatrix} [\mathbf{k} \times] & \mathbf{u} \\ \mathbf{0}^T & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{se}(3) \quad (2)$$

ただし, $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ はそれぞれ回転方向, 並進方向のひずみを表す.

義足のようなロッド形状を有限個の区間に分割し、各セグメント内ではひずみ ξ が一定であると仮定する。従って、 i 番目 ($i = 1, \dots, N$) のセグメント ($L_{i-1} \leq s < L_i$) の一定ひずみ ξ_i を次式のように定義する。

$$\xi_i := \xi(s) \quad (L_{i-1} \leq s < L_i) \quad (3)$$

ただし, L_i はセグメント i の中心座標 s の値を示す. このひずみを用いて PCS モデルの一般化座標 $\mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^{6N}$

は次式のように定義できる。

$$\mathbf{q}_s = [\xi_1^T \quad \xi_2^T \quad \cdots \quad \xi_N^T]^T \quad (4)$$

ただし、 N はセグメントの分割数を表す。

構成曲線 $\mathbf{H}(s)$ の時間変化は、次式のような空間速度 $\boldsymbol{\eta}(s) = [\boldsymbol{\omega}^T \quad \mathbf{v}^T]^T \in \mathbb{R}^6$ として定義する。

$$[\boldsymbol{\eta} \times] := \mathbf{H}^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \begin{bmatrix} [\boldsymbol{\omega} \times] & \mathbf{v} \\ \mathbf{0}^T & 0 \end{bmatrix} \in \text{se}(3) \quad (5)$$

ただし、 $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$, $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ はそれぞれ回転と並進速度を表す。

2.2 PCS モデルの動力学

義足の粘弾性の推定と動力学計算の準備として、PCS モデルの動力学について述べる。ここではより一般的に議論するためセグメントが環境に固定されていない浮遊リンク系を考え、その運動方程式は以下のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_0 & \mathbf{M}_{0s} \\ \mathbf{M}_{0s}^T & \mathbf{M}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_0 \\ \ddot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_0 \\ \mathbf{b}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_0^T \\ \mathbf{J}_s^T \end{bmatrix} \mathbf{f} \quad (6)$$

ここで $\mathbf{M}_0, \mathbf{M}_{0s}, \mathbf{M}_{0s}, \mathbf{M}_s$ は慣性行列、 $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_s$ はコリオリ力と重力を含むバイアスペクトルである。また、義足の重量 (0.59kg) 及び治具の重量 (前後方向: 1.0kg, 左右方向: 1.82kg) はそれぞれ計測された値を使用する。 $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^6$ は外力であり、モーションキャプチャーの計測の際に床反力計によって計測される。ここで、添え字 0 と s はそれぞれベースセグメントと PCS モデルの諸量を表す。 $\mathbf{H}_0$ と $\boldsymbol{\eta}_0$ を $s=0$ におけるベースセグメントの位置・姿勢とその空間速度としたとき、 $\mathbf{q} = \{\mathbf{H}_0, \mathbf{q}_s\}$, $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\boldsymbol{\eta}}_0^T \quad \dot{\mathbf{q}}_s^T]^T$, $\ddot{\mathbf{q}} = [\ddot{\boldsymbol{\eta}}_0^T \quad \ddot{\mathbf{q}}_s^T]^T$ をそれぞれ一般化座標とその速度、加速度を表すベクトルとする。

また $\mathbf{J}_0, \mathbf{J}_s$ は床反力が義足の中心軸上で義足に作用すると仮定した場合の接触ヤコビ行列である。 $\mathbf{J}_s$ は PCS モデルのヤコビ行列 [2] であり、剛体多リンク系における微分運動学と同じ形式で書くことができる。 $\boldsymbol{\tau}_s \in \mathbb{R}^{6N}$ は内部の粘弾性によって生じる一般化力であり、以下のように計算できる。

$$\boldsymbol{\tau}_s = \mathbf{K} \Delta \mathbf{q}_s - \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}}_s \quad (7)$$

ここで $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{6N \times 6N}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{6N \times 6N}$ はそれぞれ剛性行列と粘性行列である。

3. 義足の粘弾性推定

3.1 義足のモーションキャプチャ計測

PCS モデル [2] では剛性と粘性をヤング率やポアソン比などの材料特性から定義する。しかし前述した PCS の仮定や板バネ義足を構成する炭素繊維強化プラスチックのような複合材料の場合は必ずしもそこから計算される値と実際の粘弾性は一致しない。ここでは実際の義足の運動から動力学計算をし、粘弾性を推定する。

まずはじめに実験用に作製した治具と光学式モーションキャプチャシステムを用いて、義足にかかる荷重 $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^6$ を変化させたときの静的変形と動的変形を測

定する。計測実験方法の詳細については過去に提案した計測手法 [6] に従う。得られたマーカー位置データを基に逆運動学計算によって一般化座標 $\mathbf{q}$ を求める。計算にはこれまでに提案した剛性特性に準じた弾性エネルギー最小化に基づく逆運動学計算手法 [6] を用いる。また PCS を使用した義足のモデルは曲率変化の大きい位置をセグメント境界として選択し、合計 7 セグメントに分割し 3 次元再構築する。ただし、6 番目と 7 番目のセグメントは治具によって地面に固定されているため、これらのセグメントは自由度のない剛体であると仮定する。従って変形計算には残り 5 つのセグメント ($N=5$) を使用する。

3.2 粘弾性行列

剛性行列と粘性行列に関して (6) の下部から以下の関係式が成り立つ。

$$\boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{M}_{0s}^T \dot{\boldsymbol{\eta}}_0 + \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}}_s - \mathbf{b}_s - \mathbf{J}_s^T \mathbf{f} = \boldsymbol{\tau}_s \quad (8)$$

ただし、競技用義足のように剛性が高い構造では、回転ひずみ $\mathbf{k}$ に比べて並進ひずみ $\mathbf{u}$ は無視できるとする。以下では、特に断らない限り $\mathbf{q}_s$ と $\boldsymbol{\tau}_s$ に関して回転成分のみ考える。

上式の左辺は逆動力学によって計算されることから、剛性行列 $\mathbf{K}$ と粘性行列 $\mathbf{D}$ は以下の最適化問題を解くことで推定できる。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \quad & \frac{1}{2} \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^m \|\boldsymbol{\Gamma}_{lj} - \mathbf{K} \Delta \mathbf{q}_{s,lj} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}}_{s,lj}\|_{\mathbf{W}_{lj}}^2, \\ \text{s.t. } \quad & \mathbf{X} \succeq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{q}_{s,lj}$ と $\boldsymbol{\Gamma}_{lj}$ は l 番目 ($l=1, 2, \dots, n$) の測定データの j 番目 ($j=1, 2, \dots, m$) のフレームの値である。 $\mathbf{W}_{lj}$ は重み行列である。 $\mathbf{X}$ は剛性行列 $\mathbf{K}$ と粘性行列 $\mathbf{D}$ の推定するどちらかの変数である。

まず義足に一定の荷重を加えたときの静的変形 ($\mathbf{X} = \mathbf{K}$) から剛性行列を推定する ($\dot{\mathbf{q}}_s = 0, \ddot{\mathbf{q}}_s = 0$)。次に推定した剛性を使用して、義足の機械振動によって生じる動的変形から粘性行列を推定する。

これまでの研究 [6] では CFRP のような異方性を持つ材料で構成される義足は力と方向の干渉を持つとして剛性行列をブロック対角行列として定義し推定した。その結果として剛性行列の対角成分が支配的であることが分かった。従ってここでは粘弾性行列 ($\mathbf{K}, \mathbf{D} \succeq 0$) を以下のような半正定値対角行列として定義する。

$$\mathbf{K} = \text{diag}\{\mathbf{K}_i\}, \quad \mathbf{D} = \text{diag}\{\mathbf{D}_i\} \quad (10)$$

ここで、 $\mathbf{K}_i, \mathbf{D}_i$ は i 番目のセグメントの剛性と粘性行列である。この最小化問題 (9) には MATLAB(The MathWorks) の二次計画法のソルバを使用する。

3.3 推定結果

剛性行列 $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{15 \times 15}$ と粘性行列 $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{15 \times 15}$ の各セグメントにおける x-y-z 軸それぞれの対角成分を図 2 に示す。図 2 (a) は推定した剛性を表し、y 軸の剛性が x 軸、z 軸の剛性よりも小さくなっている。これは y 軸の剛性が他の軸に比べ比較的柔らかく曲がりやすい

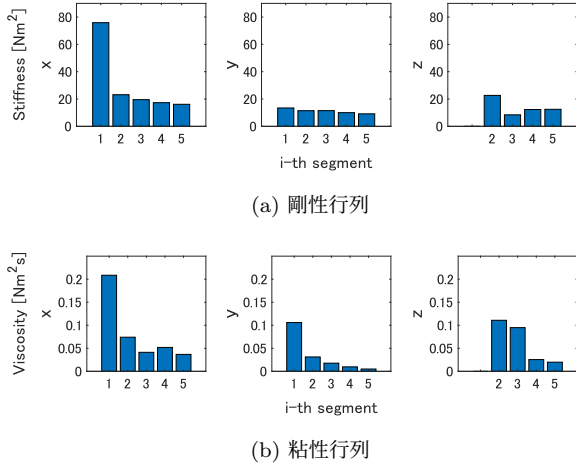


図2 x-y-z 軸それぞれの推定結果 (a) 剛性行列 K (b) 粘性行列 D

ことを示すもので、義足の主要な曲げ方向に対応する。ただしこの推定では第1セグメントのz方向（ねじり方向）のひずみはその剛性の高さから変形量が小さくデータ不十分のため推定から除外した。

図2 (b) は粘性粘性を表し、各セグメントにおいてy軸の粘性がx軸、z軸の粘性よりも同様に小さくなっている。これは義足の横方向とねじり方向への変形によって大きな減衰力が引き起こされることを示している。実際に次節で示す横方向への振動（図3、図4）は前方向の振動（図5）よりも早く収束する。

4. 順動力学シミュレーションによる評価

4.1 PCS モデルの順動力学計算

義足の動力学計算結果と推定した粘弾性を評価するために、順動力学計算結果と実際の計測結果を比較する。順動力学計算は与えられた力やトルクに対して加速度を計算し、一般化座標の時間発展を計算する。(6)の運動方程式からPCSモデルの加速度は以下のように表すことができる。

$$\ddot{q}_s = M_s^{-1}(\tau_s + J_s^T f - b_s) \quad (11)$$

ただし、ここでは順動力学シミュレーションを義足下部が地面に固定されていて、かつ義足上部に外力が加わるものとして扱うべく、ベースセグメントは固定であるものとする。前節によって剛性行列 K 及び粘性行列 D が分かれば義足の粘弾性から復元力と減衰力からなる τ_s が計算することができ、順動力学計算によって義足の3次元挙動をシミュレートできる。ここでは前節での粘弾性推定に用いなかった実測データを検証用の運動データとして用いる。比較データと条件を一致させるため、初期条件として義足におもりを吊るし、静的変形時の運動データの逆運動学結果を与える。静的変形時は義足上部に取り付けた治具がロープを介して錘により水平方向へ引かれる。荷重についても同様に条件を合わせるため、順動力学計算では初期時刻に外力を加えるが、その外力の作用点は治具とロープの接点とし、また作用方向は義足側方の水平方向とする。

4.2 順動力学シミュレーション結果と評価

4.2.1 横方向

図3は順動力学シミュレーションと実験の様子を比較したもので、ワイヤーを介して義足に対して水平横方向に35kgの荷重をかけ、その後、瞬間に解放することで生じた振動運動の様子である。左端図は義足の復元力と錘による静的つり合い状態で、右のコマに進むにつれて義足の粘弾性により徐々に左に向かって動いていることが分かる。上下を比較するとシミュレーションが実際の運動と定性的に一致していることが確認できる。

図4には実測データを元に逆運動学計算によって求められたひずみと順運動学計算の結果とを比較する。逆運動学計算と順運動学計算から求められたそれぞれのひずみは静的なつり合いの区間 ($0.0 < t < 0.2s$) においてはほぼ完全に一致している。これは、義足に作用する外力に対して、各セグメントにおけるひずみと復元力の関係として剛性特性が正しくモデル化され、静的なつり合いの中で義足の挙動が正確に再現されていることを示す。一方で義足に外力が加わっていない動的な区間 ($0.2s < t$) では推定誤差やモデル化誤差によりひずみに若干の違いが見られるが、周期やその波形は類似している。両者間の平均平方根誤差 (RMSE) は第6セグメントのz軸方向で最大12%程度であった。

4.2.2 前後方向

図5は前節とは異なる方向、義足に対して水平後方向に30kgの荷重をかけ、直後に開放した際のひずみの比較結果である。こちらの方向も静的なつり合いの区間 ($0.0 < t < 0.1s$) においてはおよそ一致している。また義足に外力が加わっていない動的な区間 ($0.1s < t$) では周期やその波形は類似しており、両者間の平均平方根誤差 (RMSE) は第6セグメントのy軸方向で最大16%程度であった。

以上、2つの方向についての順動力学シミュレーションより得られたこれらの結果は義足の粘弾性が正しく推定され、義足の機械的振動が再現されていることを示すものである。

5. おわりに

本稿では、競技用板バネ義足のPCSモデルにおいて、推定した粘弾性行列に基づく順動力学シミュレーション結果とモーションキャプチャによる計測結果を比較することで、推定結果の妥当性を評価した。

- (1) 競技用板バネ義足のPCSモデルの粘弾性を新たに対角行列として定義し、光学式モーションキャプチャと床反力計から得られた運動データに基づき粘弾性行列を推定した。推定した剛性のy軸はx,z軸に比べ値が小さく、他軸に比べ柔らかく曲がりやすいことを示すもので、実際の義足の主要な曲げ方向に対応していた。また粘性の大きさは減衰力に対応しており、x,z軸はy軸に比べ値が大きく、この方向に対しては義足の機械振動が早く収束するといった実際の事象と対応していた。
- (2) 実際の計測と同じ外力と位置に関する初期条件を与え、さらに推定した粘弾性行列から競技用義足

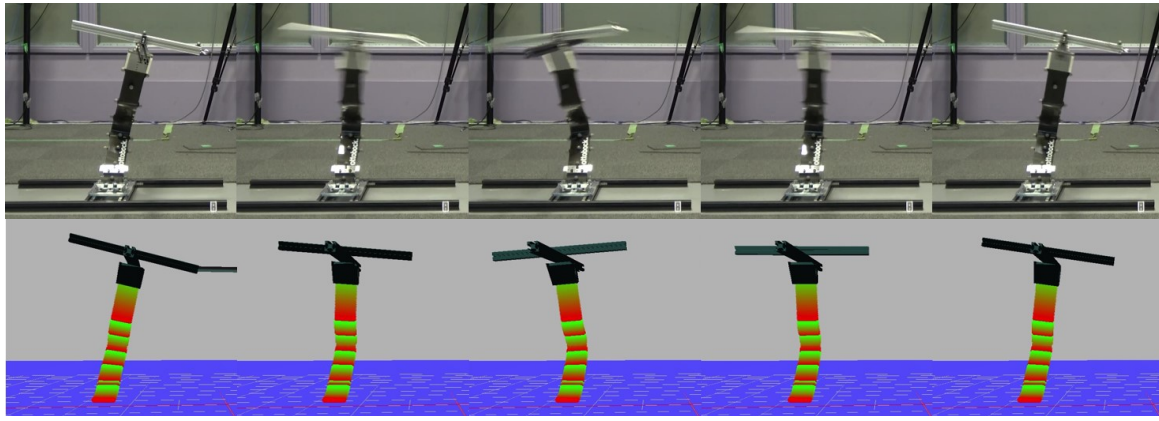


図3 水平横方向への荷重実験と順動力学計算結果：治具を介して上部への荷重を開放した直後の義足の機械振動。はじめに義足はワイヤーで右方向に引っ張られ（左端図），その後義足の弾力性により徐々に左方向に動いていく。

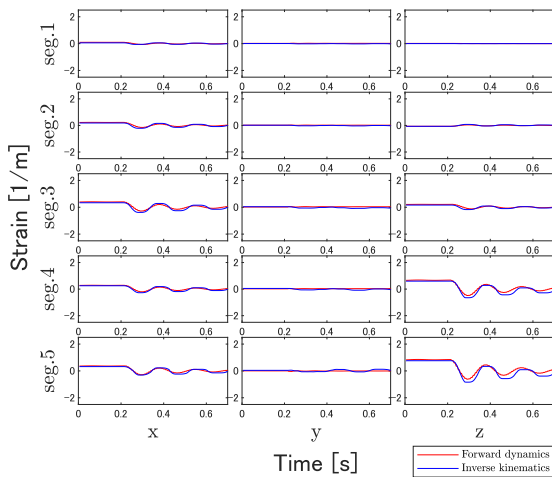


図4 順動力学計算によるひずみ：赤線は義足横方向に35kgの荷重をかけた直後の順動力学計算結果。青線は実測データに基づく逆運動学計算結果。

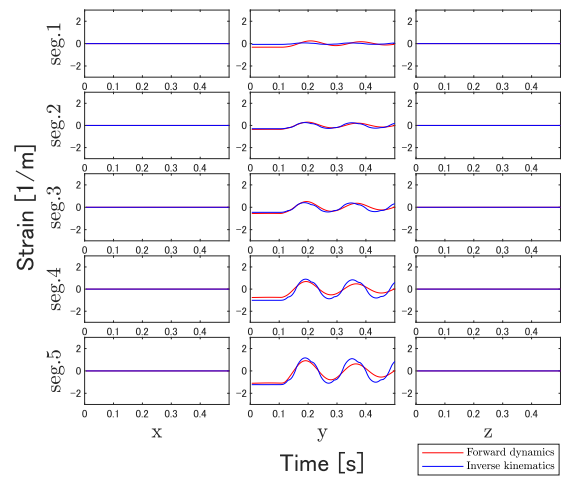


図5 順動力学計算によるひずみ：赤線は義足後ろ方向に30kgの荷重をかけた直後の順動力学計算結果。青線は実測データに基づく逆運動学計算結果。

の内力を計算することで、ひずみの時間発展を計算した。シミュレーションの結果として、はじめに初期状態では荷重と、義足の剛性によって生じる復元力の2つの力によって静的つり合い状態が生じ、荷重を開放した後に機械振動が生じた。その後、時間経過と共に粘性によって生じる減衰力によって無負荷の状態に収束した、これらの挙動は計測された義足の運動と一致した。

- (3) 推定結果の妥当性を評価するため、順動力学シミュレーションで計算された運動中の義足のひずみと、逆運動学計算から求めたひずみを比較した。水平横方向への荷重35kgと後ろ方向への荷重30kgの2つの方向について比較検証を行い、結果として本手法によって最大平均平方根誤差（RMSE）16%程度で競技用板バネ義足の3次元の動的変形が再現可能であることを示した。

なお、本研究はJSPS 科研費 21H01282 の助成およびJST SPRING, JPMJSP2108 の助成を受けた。

参考文献

- [1] Murai A, Hobara H, et al. Can forward dynamics simulation with simple model estimate complex phenomena?: Case study on sprinting using running-specific prosthesis. ROBOMECH J. 2018;5(10).
- [2] Renda F, Boyer F, et al. Discrete cosserat approach for multisection soft manipulator dynamics. IEEE Trans Robotics. 2018;34(6):1518–1533.
- [3] Ishigaki KY, Ko Ayusawa. Comprehensive gradient computation framework of pcs model for soft robot simulation. IEEE Robotics and Automation Letters. 2014;9(6):5990–5997.
- [4] Kim S, Ishigaki T, et al. Inverse kinematics of hybrid multi-link system and its application to motion capture for athlete wearing sports prosthesis. In: IEEE-RAS 21st Int. Conf. Humanoid Robots; 2022. p. 837–842.
- [5] Antman SS. Nonlinear problems of elasticity. (Applied Mathematical Sciences; Vol. 107). Springer; 2005.
- [6] 嶋根裕太, 石垣 泰暉, 金星喜, 山本 江, 競技用義足の pcs モデルに基づく柔軟変形の計算とその粘性推定. In: 第41回日本ロボット学会学術講演会; 2023. p. 311–04.