

多指ハンドによるパワーグラスプの力学的特性

小 俣 透^{*1} 永 田 和 之^{*2}

Statics of Power Grasps with a Multifingered Hand

Toru Omata^{*1} and Kazuyuki Nagata^{*2}

A multifingered hand can manipulate an object skillfully with fingertip contacts. It can also grasp an object stably with finger link contacts. Such grasp is called *power grasp*. When Coulomb friction is assumed at contact points and the number of contacts is greater than the number of joint torques, the contact forces balancing the joint torques are not necessarily determined uniquely. This paper investigates how indeterminate grasp forces of power grasps are distributed assuming that both the finger links and grasped object are rigid bodies. We show that the sliding motion between a grasped object and finger links is restricted when the grasp forces are indeterminate. In general, a frictional force can occur only in the reverse direction of sliding. Thus the indeterminate grasp forces of power grasps are also restricted. This analysis leads to the condition that they are uniquely determined. This paper also discusses *form closure* of power grasps which can generate unique grasp forces against any disturbances.

Key Words: multifingered hand, power grasp, internal force

1. はじめに

従来の多関節多指ハンドの研究では、指先接触による物体把持や操作に関するものが多かった。指先接触による把持では、剛性を高めることにより、外乱に対して動きがたい把持を実現しようとした。これに対して、多関節指の中間のリンクにも物体を接触させ接触点を増やすと、物体を確実に把持できることが期待される。このような把持は一般にパワーグラスプ (Power Grasp) と呼ばれている [1] ~ [6]。

しかし接触点の数が増えるため、接触点での摩擦を仮定すると、トルクを発生する関節の数よりも制御する接触力の総次元数が多くなる。このため、パワーグラスプでは、関節トルクを与えても把持力は一意に決まるとは限らない [1]。指先把持においても (例えば [7])、つりあいを保つ把持力は一意ではない。しかしこれは把持力決定に選択の余地があるという意味であり、関節トルクを与えればそれに応じて把持力は一意に決まる。

Bicchi [1] は把持物体や指リンク自体のコンプライアンスを計算に入れることにより、パワーグラスプの把持力を制御可能なものと不可能なものに分割した。しかし、このようなコンプライアンスを実際に正解に求めることには困難が伴うため、把持

力計算のためにそのようなパラメータを使うことは実際的とは言えない。また、コンプライアンスを仮定しない場合の解析は依然行なわれていない。把持力が一意に決まらないといっても、単に数学的に存在する力であるのか、物理的に存在可能な力であるのかを明らかにしなければならない。

本論文ではこの観点から、指リンクと把持物体を剛体と仮定した場合に、与えられた関節トルクに対して把持力がどのように分布する可能性があるかを解析する。一般に摩擦力は物体のすべり可能な方向の逆方向にしか発生できない。パワーグラスプにおいて把持力が一意に決定されないときには、すべりの方向に制限があることを導く。この解析には、運動学と静力学における双対性が用いられる。このすべりの方向の制限から、把持力は一意ではなくても制限があることを示す。さらに、把持力が一意に決定される関節トルクの条件を明らかにする。また、指先把持では従来から、force closure 把持や form closure 把持のように、任意の外乱が加わった場合でも、それに対抗できる把持力が発生できる把持が研究されてきた [8]。把持力が一意であるそのような把持として、パワーグラスプの form closure について議論する。

2. 物体の拘束

指リンクに接触している物体の運動を定式化する。指リンクと物体との接触形態は、Fig.1 に示すように、平面把持では指リンク・物体頂点接触を仮定し、3次元把持では指リンク・物体エッジ接触を仮定する。また、各リンクには高々1つの接触

原稿受付 1994年1月19日

^{*1} 東京工業大学

^{*2} 電子技術総合研究所

^{*1} Tokyo Institute of Technology

^{*2} Electrotechnical Laboratory

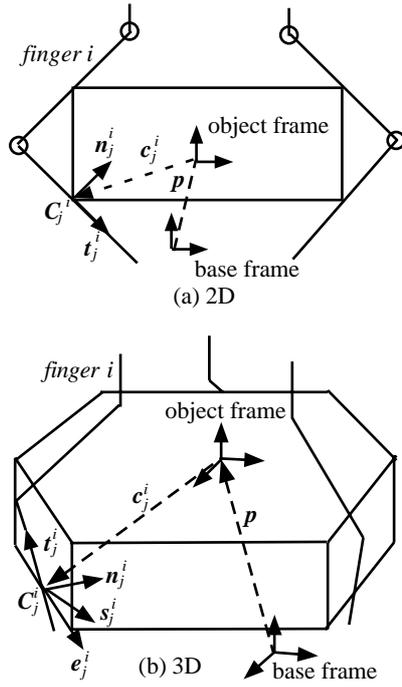


Fig. 1 Power grasps

点があるものと仮定する．

まず，記号をつぎのように定義する．上付添字 i で i 番目の指を表すことにする．

K : 指の本数

M^i : i 番目の指の接触点数

$M = \sum_{i=1}^K M^i$: 全接触点数

L^i : i 番目の指の関節数

$L = \sum_{i=1}^K L^i$: 全関節数

$C_j^i, c_j^i \in R^3$: i 番目の指の j 番目の接触点，および，物体座標系原点からのその点までのベクトル（ただし，基準座標系で記述されているものとする）

ここで，指の関節数 L^i には注意を要する．もしある関節から指先に至るどのリンクも物体に接触しなければ，その関節から先の関節は把持には何の貢献もしない．したがってそのような関節は数には入れないことにする．

接触点 C_j^i にローカル座標系を Fig.1 のように設定する．平面把持では，座標軸 n_j^i を物体に内向する法線ベクトルとし，座標軸 t_j^i をリンクの軸方向単位ベクトルとする．3次元把持では，まず座標軸 t_j^i をリンクの軸方向単位ベクトルとし，物体エッジに沿ったベクトルを e_j^i とする．ベクトル t_j^i と e_j^i で張られる平面を以下では接触平面と呼ぶ．座標軸 n_j^i を接触平面の物体に内向する法線ベクトルとし，座標軸 s_j^i を $s_j^i = n_j^i \times t_j^i$ とする．ベクトル s_j^i は接触平面に含まれる．

以下では3次元把持について議論し，平面内把持に関しては同様であるので例題等一部を除き省略する．

さて，物体の位置姿勢が基準座標系に対して微小変位 $\Delta x = (\Delta p^T \ \Delta q^T)^T \in R^6$ したとき，接触点 C_j^i は

$$\Delta c_j^i = \Delta p + \Delta q \times c_j^i = W_j^i \Delta x \quad (1)$$

変位する．ここで， $W_j^i = [I \ S^T(c_j^i)] \in R^{3 \times 6}$ である．ただし

$$S(\mathbf{a}) = \begin{pmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

とする．一方，指リンク側のこの接触点は指関節が微小に変位すると，

$$\Delta d_j^i = J_j^i \Delta \theta^i, \quad J_j^i \in R^{3 \times L^i}, \quad \Delta \theta^i \in R^{L^i} \quad (2)$$

変位する．ここで， J_j^i は i 番目の指の j 番目の接触点と関節角度とのヤコビアンである．物体とリンクとの接触点が維持され，かつ相対的に移動しないとすると（すなわちすべりが生じないとすると）， $\Delta c_j^i = \Delta d_j^i$ であるから，

$$[W_j^i \ J_j^i] \begin{pmatrix} \Delta x \\ -\Delta \theta^i \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

である．これをすべての接触点 $i = 1, \dots, K$, $j = 1, \dots, M^i$ についてまとめると

$$[W \ J] \begin{pmatrix} \Delta x \\ -\Delta \theta \end{pmatrix} = 0 \quad (4)$$

ここで，

$$W = \begin{pmatrix} W_1^1 \\ \vdots \\ W_{M^1}^1 \\ \vdots \\ W_1^K \\ \vdots \\ W_{M^K}^K \end{pmatrix} \in R^{3M \times 6}, \quad \Delta \theta = \begin{pmatrix} \Delta \theta^1 \\ \vdots \\ \Delta \theta^K \end{pmatrix} \in R^L$$

$$J = \begin{pmatrix} J_1^1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{M^1}^1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & J_1^K \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & J_{M^K}^K \end{pmatrix} \in R^{3M \times L} \quad (5)$$

さらに，

$$A \Delta \mathbf{X} = 0 \quad (6)$$

とおく．ここで，

$$A = [W \ J] \in R^{3M \times (6+L)}, \quad \Delta \mathbf{X} = (\Delta x^T \ -\Delta \theta^T)^T \in R^{6+L}$$

接触点の数が多くなり

$$\alpha = 3M - (6+L) > 0 \quad (7)$$

の場合を考える．ここで， $\text{rank}A = 6 + L$ と仮定する．この条件が成立しているかは，行列 A のランクを直接調べれば容易にわかる．ただし，この条件が成立するための必要条件は， $\text{rank}W = 6$ ， $\text{rank}J = L$ である．これらは必要条件であるから，必ず成立しなくてはならない． $\text{rank}W = 6$ は接触点が 3 点以上あり，かつそれらが同一直線上にないときに成立する．接触点が多くなるパワーグラスではつねに成立していると考えて差し支えない．一方， $\text{rank}J = L$ は，(5) 式の行列 J の構造から，ブロック行列

$$\begin{pmatrix} J_1^i \\ \vdots \\ J_{M^i}^i \end{pmatrix}, i = 1, \dots, K \quad (8)$$

が列フルランクであることを要求する．

さて， $\alpha > 0$ ， $\text{rank}A = 6 + L$ のとき，(6) 式は自明解 $\Delta X = 0$ 以外を持たない [9]．すなわち接触が維持され，かつそれが相対的に移動しないとき（すなわちすべらないとき）は，物体もリンクも基準座標系に対して絶対的に動かない．指先把持では，剛性を高めることにより外乱に対して動き難い把持を実現しようとするが，パワーグラスでは機構的にそれが実現できる．(7) 式の条件をここでは，パワーグラスの完全拘束条件と呼び， $\alpha > 0$ をパワーグラスの拘束次数と呼ぶ．

3. 物体と指リンクのすべり

パワーグラスの完全拘束条件が成立したときでも，接触においてすべりが生じるときには物体は動くことができること，しかしながらそのすべりの方向には制限があることを示す．すべりの方向の制限から，4 章では把持力に制限があることが導かれる．

すべりの方向は，接触平面の法線 n_j^i と垂直な方向である．法線自体 $n_j^i + \Delta n_j^i$ に変化するが，2 次微小量を無視すると許される動きはつぎのようになる (Fig.2 参照)．

$$n_j^{iT} (\Delta c_j^i - \Delta d_j^i) = 0 \quad (9)$$

これをまとめると

$$N^T A \Delta X = 0, N^T A \in R^{M \times (L+6)} \quad (10)$$

ここで， N を法線ベクトル n_j^i ， $i = 1, \dots, K$ ， $j = 1, \dots, M^i$ をつぎのように並べて構成した行列とする．

$$N = \begin{pmatrix} n_1^1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & n_2^1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & n_{M^K}^K \end{pmatrix} \in R^{3M \times M} \quad (11)$$

各リンクには高々 1 つの接触点があるという仮定から $L \geq M$ である．したがって，(10) 式は未知数の数の方が方程式の数よりも多くなるので， $\Delta X \neq 0$ である物体の変位が存在する [9]．すなわち， $\text{Ker}(N^T A) \neq \phi$ である．

接触平面の接線方向単位直交ベクトル s_j^i ， t_j^i ， $i = 1, \dots, K$ ，

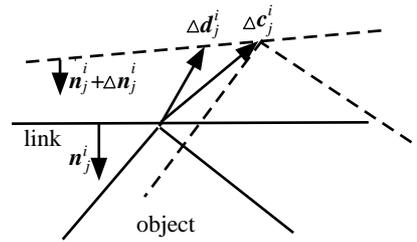


Fig. 2 Infinitesimal motions of link and finger

$j = 1, \dots, M^i$ をつぎのように並べて行列 T を構成する．

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 s_1^1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & t_2^1 s_2^1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & t_{M^K}^K s_{M^K}^K \end{pmatrix} \in R^{3M \times 2M} \quad (12)$$

つぎのベクトル $\Delta X_T \in R^{2M}$ を考える．

$$\Delta X_T = T^T A \Delta X, T^T A \in R^{2M \times (6+L)} \quad (13)$$

これは接触の接線方向の微小変位，すなわち，すべりの微小変位を表している．ここで， ΔX を (10) 式を満たす物体の位置姿勢の微小変位とする．(10) 式と (13) 式より

$$T \Delta X_T = A \Delta X \quad (14)$$

である．この両辺に $u \in \text{Ker}(A^T)$ との内積をとれば

$$u^T T \Delta X_T = 0 \quad (15)$$

となる．ここで，つぎの定理が成立する．

[定理 1] Fig.1 の把持において，ベクトル $\Delta X_T \in R^{2M}$ がすべりの微小変位であるための必要十分条件は，

$$B^T T \Delta X_T = 0 \quad (16)$$

である．ここで，行列 $B \in R^{3M \times \alpha}$ を $\text{Ker}(A^T)$ の基底ベクトルを列ベクトルとする行列（すなわち， $\text{Im}(B) = \text{Ker}(A^T)$ ）とする．

(証明) 必要性は (15) 式から明らかであるので，十分性のみ証明する．(16) 式が成立するならば， $T \Delta X_T \in (\text{Ker}(A^T))^\perp$ である． $(\text{Ker}(A^T))^\perp = \text{Im}(A)$ であるから， $T \Delta X_T = A \Delta X$ となる ΔX が存在する．これより，(10) 式，(13) 式が成立し， ΔX_T はすべりの微小変位である．

一方 (15) 式を，ベクトル $u_T = T^T u$ とベクトル ΔX_T の成分間の積和が 0 であると解釈すると，つぎの系が成立する．

[系] 任意の $u \in \text{Ker}(A^T)$ に対して， $u_T = T^T u$ の 0 でないすべての成分と符号が一致する方向，あるいはその逆方向に同時に接触点があすべりすることはない．

$\beta = \dim(\text{Ker}(B^T T))$ とし，行列 $C \in R^{2M \times \beta}$ を $\text{Ker}(B^T T)$ の基底ベクトルを列ベクトルとする行列とすると，(16) 式より ΔX_T は

$$\Delta X_T = C y, y \in R^\beta \quad (17)$$

と表される．ここで， y を自由変数ベクトルとする．4.2 節で議論するように，通常は $\beta = 2M - \alpha$ であり，拘束次数 α の数だけ，すべりの微小変位 $\Delta X_T \in R^{2M}$ は R^{2M} 空間中拘束されている．

平面内把持でも同様な議論が可能である．いままで現れたベクトル，行列のサイズは $\Delta X \in R^3$ ， $N, T \in R^{2M \times M}$ ， $W \in R^{2M \times 3}$ ， $J \in R^{2M \times L}$ ， $A \in R^{2M \times (3+L)}$ となり，完全拘束条件は

$$\alpha = 2M - (L + 3) > 0 \quad (18)$$

となる．また， $B \in R^{2M \times \alpha}$ である．

例 1) Fig.3(a) に示すような，2 自由度指 2 本による平面内把持を考える．接触点は各リンクの中点とする．この例では全関節数 $L = 4$ ，全接触点 $M = 4$ ，

$$A = \left(\begin{array}{ccc|cccc} 1.0 & 0.0 & -0.707 & 0.707 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & -1.707 & -0.707 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.707 & 2.121 & 0.707 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & -1.707 & -0.707 & 0.707 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & -0.707 & 0.0 & 0.0 & 0.707 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 1.707 & 0.0 & 0.0 & 0.707 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.707 & 0.0 & 0.0 & 2.121 & 0.707 \\ 0.0 & 1.0 & 1.707 & 0.0 & 0.0 & 0.707 & -0.707 \end{array} \right)$$

$A \in R^{8 \times 7}$ ， $\text{rank} A = 7$ ， $\alpha = 1$ であり，完全拘束条件が成立している．

また

$$N = \begin{pmatrix} 0.707 & 0 & 0 & 0 \\ -0.707 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.707 & 0 & 0 \\ 0 & 0.707 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.707 & 0 \\ 0 & 0 & -0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 \end{pmatrix} \in R^{8 \times 4} \quad (19)$$

$$T = \begin{pmatrix} -0.707 & 0 & 0 & 0 \\ -0.707 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.707 & 0 & 0 \\ 0 & -0.707 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 0.707 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 \\ 0 & 0 & 0 & 0.707 \end{pmatrix} \in R^{8 \times 4} \quad (20)$$

となる． A^T の零空間は y は自由変数とすると

$$u = (3.0 \ -1.0 \ -1.0 \ 1.0 \ -3.0 \ -1.0 \ 1.0 \ 1.0)^T 0.707y$$

であり[†]，

$$u_N = N^T u = (2.0 \ 0.0 \ 2.0 \ 0.0)^T y \quad (21)$$

$$u_T = T^T u = (-1.0 \ -1.0 \ 1.0 \ 1.0)^T y \quad (22)$$

となる． $y > 0$ の場合を Fig.3(b) に示す．ここで，

$$u_N = (u_{N1}^1 \ u_{N2}^1 \ u_{N1}^2 \ u_{N2}^2)^T = (2.0 \ 0.0 \ 2.0 \ 0.0)^T y \quad (23)$$

$$u_T = (u_{T1}^1 \ u_{T2}^1 \ u_{T1}^2 \ u_{T2}^2)^T = (-1.0 \ -1.0 \ 1.0 \ 1.0)^T y \quad (24)$$

とする．ベクトル u_T の各成分の符号は (− − ++) であるから，系より，4 つの接触点が接線ベクトル $(t_1^1, t_2^1, t_1^2, t_2^2)$ の (− − ++) 方向，あるいは逆の (+ + − −) 方向に同時にすべることはない．

4. 把持力の分布

4.1 把持力の非決定性

本章では，パワーグラスプの完全拘束条件 ($\alpha > 0$) が成立しているときの把持力の分布について議論する．各接触点から物体に働く力を $f_j^i \in R^3$ とし，外力を $f_{ext} \in R^6$ とする．つりあい方程式，および関節トルク τ と接触力ベクトル f との関係は (4) 式と双対の関係である．

$$W^T f = f_{ext} \quad (25)$$

$$J^T (-f) = \tau \quad (26)$$

ここで，

[†]係数 0.707 は (21)，(22) 式のベクトルの成分を整数とするためのものである．

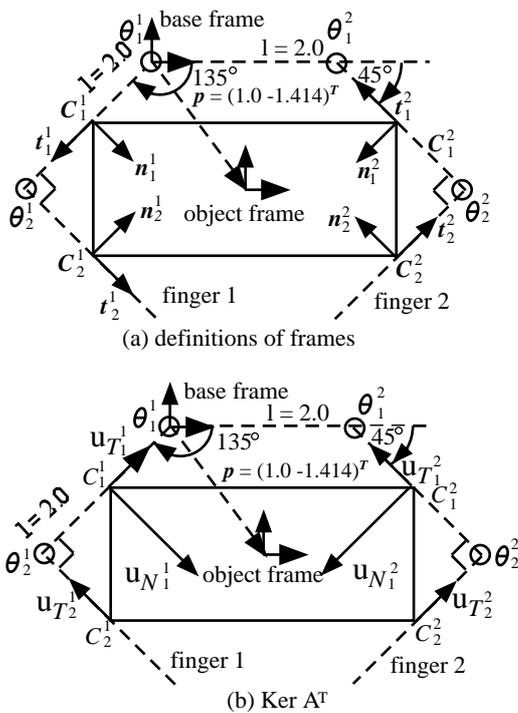


Fig. 3 Power grasp with two two-link fingers

$$f = \begin{pmatrix} f_1^1 \\ \vdots \\ f_{M^1}^1 \\ \vdots \\ f_1^K \\ \vdots \\ f_{M^K}^K \end{pmatrix} \in R^{3M}, \tau = \begin{pmatrix} \tau^1 \\ \vdots \\ \tau^K \end{pmatrix} \in R^L$$

さて、つりあいを保つ把持力 f を (25) 式に基づいて求め、それを (26) 式に代入して関節トルク τ を計算したとする。しかし、その関節トルク τ を各関節に与えても、把持力は f になるとは限らない。なぜならば

$$A^T f = b \quad (27)$$

ここで

$$A^T = \begin{pmatrix} W^T \\ J^T \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} f_{ext} \\ -\tau \end{pmatrix}$$

を満たす解 f は $\alpha > 0$ のとき一意には決まらないからである。 h を特殊解、 v を同次解、すなわち、 $A^T v = 0$ を満たす解とすると、解は数学的には

$$f = h + v, v = Bz \quad (28)$$

のように存在する。ここで、 $z \in R^\alpha$ を自由変数ベクトルとする。本論文では、 $v \in Im(B) = (Ker(A^T))$ をパワーグラスの内力と定義する。内力 v はそれ自身でつりあう力であるとともに、関節トルクに全く影響を与えない力でもある。

4.2 存在可能な把持力

(28) 式のように数学的に現れる解が物理的にすべて許されるわけではない。本節では物理的性質からどのような把持力が存在可能かを明らかにする。 h と v をそれぞれ接触平面の法線方向の力 h_N, v_N と接線方向の力 h_T, v_T (すなわち静止摩擦力) に分解して考える。

$$h = Nh_N + Th_T, h_N \in R^M, h_T \in R^{2M} \quad (29)$$

$$v = Nv_N + Tv_T, v_N \in R^M, v_T \in R^{2M} \quad (30)$$

ここで、 N, T は (11) 式、(12) 式で定義された行列とする。すなわち、 h_N, v_N は接触の法線方向 $n_j^i, i = 1, \dots, K, j = 1, \dots, M^i$ の成分の力をならべたベクトル、同様に h_T, v_T は接触の接線方向の成分の力をならべたベクトルである。

(1) 指リンクは物体を押すだけである。したがって、

$$h_N + v_N = N^T(h + v) \geq 0 \quad (31)$$

でなければならない。

(2) パワーグラスの内力とは、互いにつりあい、かつ関節トルクに影響しない力であった。例 1 のように、通常は接触の法線方向の力は関節トルクに影響を与える。このことから、内力が法線方向の力のみで構成されることは通常ない。そのような

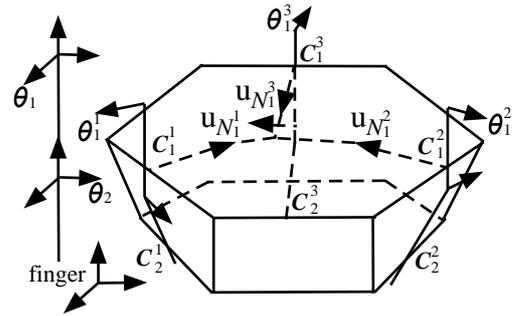


Fig. 4 Internal forces without friction

内力が存在しないこと、すなわち、

$$v_T = 0 \Rightarrow v_N = 0 \quad (32)$$

が成立するための必要十分条件はつぎの補題で与えられる。

[補題] $v_T = 0 \Rightarrow v_N = 0$ である必要十分条件は

$$Ker(T^T B) = \phi \quad (33)$$

である。

証明は付録A参照。(33) 式が成立しない例外的な例を Fig.4 に示す。2 関節指 3 本による把持である。指の 2 つの関節軸は直交であるとする。第一関節軸 (関節角 θ_1^i) と接触点 C_1^i の接触平面の法線ベクトルとが平行であるように接触しているとする。点線で示すような法線方向の力は、各指の第一関節に影響を与えず、かつお互いにつりあう力であるから内力である(ただし、この力は垂直抗力であり、それが関節トルクや摩擦力につりあうためではなく、自然発生することは物理的にはあり得ない。したがって、このような法線方向力自体やはり実際には存在しない)。

さて、行列 $T^T B \in R^{2M \times \alpha}, B^T T \in R^{\alpha \times 2M}$ 、に関して、

$$dim(Ker(B^T T)) + dim(Im(T^T B)) = 2M \quad (34)$$

$$dim(Ker(T^T B)) + dim(Im(B^T T)) = \alpha \quad (35)$$

であり、 $dim(Im(T^T B)) = dim(Im(B^T T))$ であるから、

$$dim(Ker(B^T T)) = 2M - \alpha + dim(Ker(T^T B)) \quad (36)$$

が成立する。定理 1 では、 $\beta = dim(Ker(B^T T))$ は (13) で定義されたすべりの微小変位ベクトル $\Delta X_T \in R^{2M}$ の部分空間の次元であった。これよりつぎの定理を得る。

[定理 2] $Ker(T^T B) = \phi$ であるならば、(13) 式で定義されたすべりの微小変位ベクトル $\Delta X_T \in R^{2M}$ は

$$\beta = 2M - \alpha \quad (37)$$

次元の部分空間 $Ker(B^T T)$ に存在する。

(3) 一般に静止摩擦力は物体がすべり出そうとする運動を妨げる方向にしか発生できない。すべり運動は定理 2 のように拘束されている。したがって、発生する静止摩擦力 $h_T + v_T$ の各成分も、 $Im(C) = Ker(B^T T)$ のベクトルの各成分がとり得る符合の方向のみである(本来その逆方向であるが、

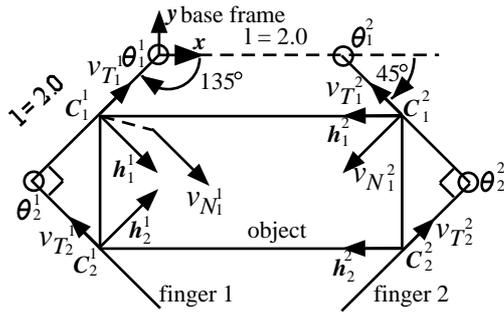


Fig. 5 Indeterminate internal forces

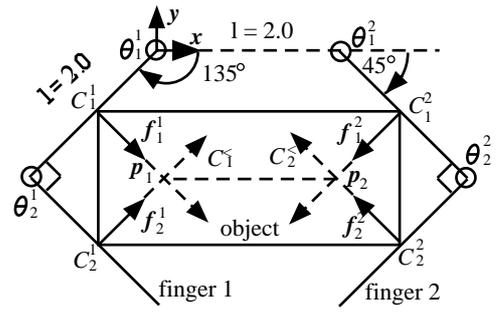


Fig. 6 Form closure power grasp

$c \in Im(C) \Leftrightarrow -c \in Im(C)$ であるので, $Im(C)$ のベクトルの各成分がとり得る符号方向と考えてよい. また, その求め方を付録 B に示す).

一方 3 章系より, 任意の $u \in Im(B)(= Ker(A^T))$ に対して, $u_T = T^T u$ の 0 でないすべての成分と符合が一致した方向, またはその逆方向には接触点はすべらない. したがって, それらの方向には同時には静止摩擦力 $h_T + v_T$ は発生しない. $Ker(A^T)$ の成分として内力 v 自身を考えると, つぎを得る. [定理 3] 静止摩擦力 $h_T + v_T$ の内力分 v_T は, ベクトル $h_T + v_T$ とベクトル v_T の 0 でないすべての成分の符合が一致する, または反転して一致するようには発生できない.

$\alpha = 1$ ならば, この条件から存在可能な内力を調べることができる.

静止摩擦力は摩擦係数により決まる限界を越えて発生することはできない. その限界を越える内力が上記条件を満たし数学的に存在する場合には, 物体は静的につりあいが保てずすべりだす(あるいは接触点が離脱する)可能性がある.

例 2) 例 1 と同じ把持を考える. 4 つの接触点 $C_1^1, C_2^1, C_1^2, C_2^2$ において, 特殊解

$$h_N = (h_{N1}^1 \ h_{N2}^1 \ h_{N1}^2 \ h_{N2}^2)^T = (1.0 \ 1.0 \ 0.5 \ 0.5)^T \quad (38)$$

$$h_T = (h_{T1}^1 \ h_{T2}^1 \ h_{T1}^2 \ h_{T2}^2)^T = (0.0 \ 0.0 \ 0.5 \ -0.5)^T \quad (39)$$

を得るように関節トルクを与えたとする. 特殊解

$$h = \begin{pmatrix} h_1^1 \\ h_2^1 \\ h_1^2 \\ h_2^2 \end{pmatrix} = N h_N + T h_T \quad (40)$$

を Fig.5 に示す. ここで, N, T を (11) 式, (12) 式で与えられる行列とする.

内力は (21) 式, (22) 式から

$$v_N = (v_{N1}^1 \ v_{N2}^1 \ v_{N1}^2 \ v_{N2}^2)^T = (2.0 \ 0.0 \ 2.0 \ 0.0)^T y \quad (41)$$

$$v_T = (v_{T1}^1 \ v_{T2}^1 \ v_{T1}^2 \ v_{T2}^2)^T = (-1.0 \ -1.0 \ 1.0 \ 1.0)^T y \quad (42)$$

である. 条件 (1), (31) 式より $-0.25 < y$ であり, 条件 (3), 定理 3 より $-0.5 < y < 0.5$ である. これらをあわせて, $-0.25 < y < 0.5$ となる. y の上限値 0.5 のときの内力を Fig.5 に太線で図示する.

4.3 一意に決定される把持力

(27) 式 $A^T f = b$ の解は, 前節のように制限はあるが一般に一意に決まらない. しかし一意に決まる場合がある.

[定理 4] 完全拘束条件が成立し, かつ $Ker(T^T B) = \phi$ であるパワーグラスプにおいて, (27) 式の解は $h_T = 0$ ならば一意である.

証明) 定理 3 から $h_T = 0$ ならば, $v_T = 0$ となる. 4.2 節補題より, $v_N = 0$ である. よって, 解は $f = N h_N$ の一意である.

定理 4 より, パワーグラスプにおいて完全拘束条件が成立しているときでも, 接触の摩擦力に頼らずに把持すれば把持力は一意である. 例 2 では $h_T \neq 0$ であったため, 一意でない内力が生じたのである. 摩擦力を指定のとおり発生させることは非常に難しく, 場合によっては摩擦限界を越えてすべりが生じることもあり得る. これはまた, 接触力を摩擦円錐の側面に一致させて, 意図的にすべりを発生させることも非常に難しいことを意味している.

接触の法線方向のみの力でつりあうことができれば, すべりを生じさせない頑健な把持が期待できる. 指先把持では, 摩擦を用いなくて任意の外力, 外力モーメントにつりあうことができる把持として, form closure 把持が研究されてきた [8]. しかし, form closure 把持は平面把持で最低 4ヶ所, 3次元把持で最低 7ヶ所の接触点を必要とするから, 現実問題として指先把持でそれを実現することは不可能である.

パワーグラスプでは中間リンクにも物体を接触させるため, 少ない指の本数の form closure 把持が実現できる. 例 1 の平面把持は form closure である. Fig.6 に示すように, 把持力 f_1^1 と f_2^1 の作用線の交点を P_1 , それらから構成されるコーンを $C_1^<$ とする. 同様に, 把持力 f_1^2 と f_2^2 の作用線の交点を P_2 , それらから構成されるコーンを $C_2^<$ とする. 線分 $P_1 P_2$ はコーン $C_1^<$, $C_2^<$ の内部にあるから, 文献 [8] 系 2 より form closure である. もし仮にこれら 4 力が同一点で交わった場合には form closure ではなくなる.

5. おわりに

本論文では, 中間の指リンクでも物体と接触する把持(パワーグラスプ)を考え, その把持力分布について議論した. つぎの点を明らかにした. (1) パワーグラスプでは, すべりが生じない限り物体を動かなくすることができる. この条件を完全拘束条件と定義した. (2) このとき, 物体とリンクのすべりに拘束

が生じる。(3) このすべりに対する拘束と摩擦の性質から、発生する内力は一意に定まらないとしても、物理的に制限される。(4) 把持力が法線方向のみの力で構成されているときはそれは一意である。したがって、form closure 把持を実現すれば、一意に決定される把持力で任意の外力、外力モーメントにつりあうことができる。

今後の課題は、目標のパワーグラスプを達成するためには、指リンクをどのように動かせばよいか計画すること [2]、指と把持物体との接触状態のセンシングを考えることである [5]。

最後に本研究の機会を与えて下さった高瀬知能システム部長 (現電気通信大学)、坂根自律システム室長、御討論していただいた電総研ロボットグループの方々に感謝します。

参考文献

[1] A. Bicchi, "Force Distribution in Multiple Whole-Limb Manipulation", Proc of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 196-201, 1993
 [2] J.C. Trinkle, "Dexterous Manipulation Planning and Execution of an Enveloped Slippery Workpiece", Proc of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 442-448, 1993
 [3] K. Mirza, M. Hanes and D. Orin, "Dynamic Simulation of Enveloping Power Grasps", Proc of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 430-435, 1993
 [4] 小俣, 永田, 多指ハンドの多点リンク接触による物体把持, 第 10 回日本ロボット学会学術講演会, pp. 383-384, 1992
 [5] 金子, 本川, 接触点, 接触力の可センシング性を考慮した Power Grasping, 第 11 回日本ロボット学会学術講演会, pp. 89-90, 1993
 [6] 張, 中村, 合田, 吉本, 多指ハンドロボットによるパワーグラスプのロバスト性, 第 11 回日本ロボット学会学術講演会, pp. 89-90, 1993
 [7] J. Kerr and B. Roth, "Analysis of Multifingered Hands," Int. J. Robotics Research, Vol. 4 No. 4, pp. 3-17, 1986
 [8] V.D. Nguyen, "Constructing Force Closure Grasps", Int. J. Robotics Research, Vol. 7, No. 3, pp. 3-16, 1988
 [9] 児玉, 須田, システム制御のためのマトリクス理論, pp. 66-68, 計測自動制御学会, 1978

付録 A. 補題の証明

十分性) もし (33) 式が成立するならば, $v_T = T^T Bz = 0 \Rightarrow z = 0$ であり, $v_N = N^T Bz = 0$ となる (必要性) 対遇すなわち, $Ker(T^T B) \neq \phi$ であるならば, $v_T = 0$ であっても, $v_N \neq 0$ となる内力が存在することを証明する. $Ker(T^T B) \neq 0$ ならば, $T^T Bz = 0$ を満たす $z \neq 0$ が存在する. これより, $Bz = 0$ であるか, $Bz \in Ker(T^T)$ であるかのどちらかである. 行列 $B \in R^{3M \times \alpha}$ は $Ker(A^T)$ の基底ベクトルを列ベクトルとする行列であり, かつ $3M > \alpha$ であるから, $Bz = 0$ となる $z \neq 0$ は存在しない. したがって, $Bz \in Ker(T^T)$ でなければならない. これより, $Bz = N\gamma$, $\gamma (\neq 0) \in R^M$ であり, $v_N = N^T Bz = \gamma \neq 0$ である内力が存在する.

付録 B. Im(C) のベクトルの成分がとる符号

一般に行列 $C \in R^{m \times n}$ についてベクトル $w \in Im(C)$ の各成分が任意の符合を同時にとれるとは限らない. たとえば,

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (B.1)$$

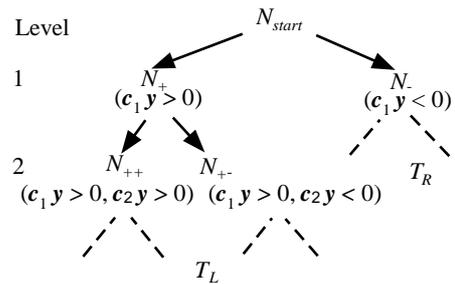


Fig. 7 Search tree for $S(Im(C))$

のとき, $w = (w_1 w_2 w_3)^T$ の成分は $(+ - -)$ および $(- + +)$ の符合は同時にはとり得ない. このようにベクトルの成分の符合を並べたベクトルを符合ベクトルとよび, $Im(C)$ のとり得るすべての符合ベクトルの集合を $S(Im(C))$ と記す. この例では

$$S(Im(C)) = \{ (+++)(+ +-)(+ - -)(- - -)(- - +)(- + -) \}$$

である. 以下に, $S(Im(C))$ を求める方法を示す.

行列 C の行ベクトルを c_i とする. ただし, $c_i = 0$ であればつねに $w_i = 0$ であるので, そのような行ベクトルはあらかじめ取り除いておく. 符合探索は Fig.7 で示される木探索により行なわれる.

深さ i のノードには行列 C の第 1 行から第 i 行でつくられた不等式が付随する. ノード N の添え字 $+$, $-$ が不等号の向きを表している. 深さ i のノード N はそれに付随する不等式に解があるならば, $c_{i+1} y > 0$ と $c_{i+1} y < 0$ をそれぞれ追加した不等式を持つノードを子ノードとする. 解がないならばそれ以上展開しない. 深さ m のノードに付随する不等式に解が存在するならば, その不等号の向きが求める符合ベクトルである. なお, $-w = C(-y)$ であるから, ある符合ベクトルが部分木 T_L に存在するならば, それを反転した符合ベクトルが T_R に存在する. したがって, Fig.7 の木のうち, T_L のみを展開するだけでよい.

小俣 透 (Toru Omata)
 1959 年 2 月 10 日生まれ. 1981 年東京工業大学制御工学科卒業, 1983 年同修士課程修了, 1986 年同博士課程修了, 同年通産省工業技術院電子技術総合研究所入所. 1994 年 4 月より東京工業大学大学院総合理工学研究科精密機械システム専攻助教授, 工学博士, 知能ロボット, 多指ハンドの研究に従事, 計測自動制御学会の会員 (日本ロボット学会正会員)

永田 和之 (Kazuyuki Nagata)
 1962 年 10 月 2 日生まれ. 1986 年東北大学工学部精密機械工学科卒業, 同年通産省工業技術院東北工業試験所入所, 1991 年より電子技術総合研究所, 現在知能システム部自律システム研究室研究官, 知能ロボットの研究に従事, 計測自動制御学会, 日本機械学会の会員 (日本ロボット学会正会員)