

〔原著論文〕

ロボットアームの可操作度*

吉 川 恒 夫**

ABSTRACT

It will be beneficial for design, control, and task planning of robots to have a quantitative measure of manipulating ability of robot arms in positioning and orienting the end effectors. We have proposed one such measure in a previous paper, which we call the measure of manipulatability. In this paper, we investigate some properties of this measure. Also we study various types of robot manipulators and robot fingers from the viewpoint of this measure.

◇

手先効果器の位置や姿勢を制御する際の、ロボットアームの操作能力の定量的な測度があれば、ロボットの設計、制御、および仕事のプランニングに有益であろう。我々は以前の論文でそのような1つの測度を提案し、可操作度と呼ぶことにした。本論文ではこの測度のいくつかの性質を考察する。また、この測度の観点から種々の型式のロボットアームやロボットフィンガーを検討する。

1. はじめに

ロボットアームの設計に際して、その機構や寸法を定めたり、ロボットに与えられた作業を、その作業空間内のどの位置で、どのような姿勢をとりながら行うかを決定したりすることは、従来直感的、経験的に行われたようである。その際の1つの目安は、ロボットアームがその先端に取り付けられた手先効果器の位置や姿勢を任意に動かしやすいことである。筆者は先に、このようなロボットの能力を定量的に表す指標として可操作度 (measure of manipulatability) の概念を提案した¹⁾。

本論文では、この可操作度の性質を考察するとともに、可操作度の観点から各種ロボットアームおよび指の姿勢について検討してみた結果を述べる。

2. 可操作度

本節では、可操作度の定義を述べ、その性質について考察する。

n 自由度をもつロボットアームを考え、その第 i 関節の関節変数を $\theta_i, i=1, 2, \dots, n$, アーム全体の姿勢を表す関節ベクトルを $\theta=[\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$ とする。ここで

原稿受付 1983 年 10 月 17 日

* Measure of Manipulatability for Robot Manipulators

** 京都大学工学部オートメーション研究施設

添字 “ T ” は転置を表す。手先効果器の位置および姿勢を表す手先効果器状態ベクトルを $r=[r_1, r_2, \dots, r_m]^T$, ($m \leq n$) とする。一般に r はロボットシステムの基準座標系における位置および、オイラー角などによる姿勢を表す変数からなるが、目的によって種々の変数を取り得る。たとえば位置だけを取ってもよいし、姿勢だけでもよい。このような場合も含めるために r の次元数を m で表した。

θ と r の幾可学的関係は、

$$r=f(\theta) \quad (1)$$

で与えられるものとする。

これを時間変数で微分すると、

$$\dot{r}=J(\theta)\dot{\theta} \quad (2)$$

を得る。ただし、 $\dot{r}=dr/dt$, $\dot{\theta}=d\theta/dt$, $J(\theta)=df(\theta)/d\theta \in R^{m \times n}$ ($m \times n$ 実行列の集合) であり、 $J(\theta)$ はヤコビ行列とよばれる。

定義:

$$w=\sqrt{\det J(\theta)J^T(\theta)} \quad (3)$$

で与えられるスカラー w を (θ における r に関する) マニピュレータの可操作度とよぶ。

この w について文献¹⁾ において以下の3つのことを明らかにした。

(i) J の特異値分解を、

$$J=U\Sigma V^T \quad (4)$$

とする。ただし $U \in R^{m \times m}$, $V \in R^{n \times n}$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & 0 & \\ & \ddots & & \\ & & \sigma_m & \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix} \in R^{m \times n}$$

である。このとき w は J の特異値 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$ の積として、

$$w = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdots \sigma_m \quad (5)$$

で与えられる。

(ii) $\|\theta\| = \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_n^2 \leq 1$ を満足するような関節速度 θ を用いて実現できる \dot{r} のすべての集合は、 R^m 空間 (m 次元ユークリッド空間) 内の楕円体 (可操作楕円体とよぶことにする) となり、その主軸は、 $\sigma_1 u_1, \sigma_2 u_2, \dots, \sigma_m u_m$ で与えられる。ただし u_i は U の第 i 列ベクトルを表す。そしてこの楕円体の体積は $\{\pi^{m/2}/\Gamma[(m/2)+1]\} w$ で与えられる。すなわち、 w は可操作楕円体の体積に比例する。

(iii) $m=n$ の場合、すなわち冗長性をもたないマニピュレータの場合には、可操作度 w は、

$$w = |\det J(\theta)| \quad (6)$$

に帰着される。

さて、 w に関して以下のことがさらにいえる。

まず $m=n$ の場合の w の解釈について、つぎの結果が得られる。

$$|\theta_i| \leq 1, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (7)$$

を満足するような関節速度 θ を用いて実現できる \dot{r} のすべての集合は、 R^m 空間内の平行多面体となり、その体積は $2^m \cdot w$ で与えられる。すなわち w は、この平行多面体の体積に比例する。この結果は行列式の性質からただちに得られる。

つぎに、各関節の出し得る最大速度と w の関係について考えよう。これまでは、各関節の出し得る最大速度がすべて等しく、かつ速度も角速度も同じウエイトで扱えるという暗黙の仮定のもとに考察を行ってきた。これらの仮定が成立しない場合には、各変数を正規化すればよい。まず一定の単位系 (たとえば m, sec, rad) を定めた後、各関節の出し得る最大 (角) 速度を $\dot{\theta}_{i0}$ とし、

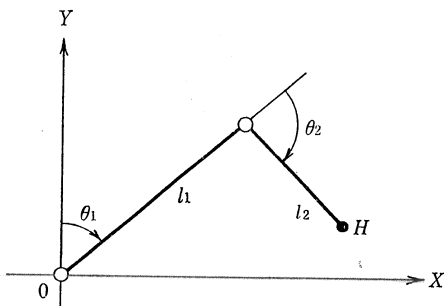


Fig. 1 2 joint link mechanism

またマニピュレータに与えられる仕事を考慮して各作業変数に対する希望最大 (角) 速度 \dot{r}_{i0} を定める。そして、

$$\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_n]^T, \quad \hat{\theta}_i = \theta_i / \theta_{i0} \quad (8)$$

$$\hat{\dot{r}} = [\hat{\dot{r}}_1, \hat{\dot{r}}_2, \dots, \hat{\dot{r}}_m]^T, \quad \hat{\dot{r}}_j = \dot{r}_j / \dot{r}_{j0} \quad (9)$$

とおけば、

$$\hat{\dot{r}} = \hat{J}(\theta) \hat{\theta} \quad (10)$$

が得られる。ただし、

$$\hat{J}(\theta) = T_r J(\theta) T_\theta^{-1} \quad (11)$$

$$T_r = \text{diag} \left[\frac{1}{\dot{r}_{j0}} \right] \in R^{m \times m} \quad (12)$$

$$T_\theta = \text{diag} \left[\frac{1}{\theta_{i0}} \right] \in R^{n \times n} \quad (13)$$

である。 $\hat{\dot{r}}$ と $\hat{\theta}$ については当初の仮定が成立するから、(11) 式の正規化されたヤコビ行列 $\hat{J}(\theta)$ を用いて可操作度を定義すればよい。特に $m=n$ の場合には、もとの $J(\theta)$ によって計算した w と、正規化した $\hat{J}(\theta)$ によって計算した可操作度 \hat{w} の間に、

$$\hat{w} = \left[\prod_{i=1}^n (\dot{\theta}_{i0} / \dot{r}_{i0}) \right] w \quad (14)$$

という関係が成立する。よってこの場合には、(8)、(9) 式の変換はすべての θ において一定のスカラー値 $\prod_{i=1}^n (\dot{\theta}_{i0} / \dot{r}_{i0}) w$ をに乘じるだけの影響しかもたず、 θ の関数としての w の相対的な形は不変であることがわかる。

なお浅田は、単一の剛体に対する慣性楕円体の概念を複数の剛体系に拡張した一般化慣性楕円体 (GIE) を提案し、ロボットアームの設計に利用できることを示した²⁾。この GIE は動力学に関連した概念であるのに対し、ここで述べた可操作度ないし可操作楕円体は、動力学には無関係で、運動学的な観点のみからロボットの機構をながめるものである。

3. 可操作度による各種ロボットアームの検討

3.1 2関節リンク機構

本節では、各種ロボットアームに対して可操作度を算出し、これを最大にする作業空間の点やアームの姿勢を求める。これらは可操作度の観点から見て最も望ましい作業位置であり、アームの作業姿勢であるということになる。以下では、この姿勢をアームの最適姿勢とよぶことにする。

まず最初に、多関節アームの最も簡単な場合として、Fig. 1 のような2関節リンク機構を考える。 r として手先位置 $[x, y]^T$ を取った場合、ヤコビ行列 $J(\theta)$ は、

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \\ -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \end{bmatrix} \quad (15)$$

で与えられる。ただし $c_1 = \cos \theta_1$, $c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$,

$s_1 = \sin \theta_1$, $s_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2)$ である. ゆえに可操作度 w は,

$$w = |\det J(\theta)| = l_1 l_2 |\sin \theta_2| \quad (16)$$

となる. これより, l_1, l_2, θ_1 の値に無関係に, $\theta_2 = \pm 90^\circ$ のときアームは最適姿勢となる. またアームの全長 $l_1 + l_2$ が一定という制約のもとで l_1, l_2 を選べる場合には $l_1 = l_2$ のとき, $\theta_2 = \pm 90^\circ$ において可操作度が最大となる.

人間の腕を, 肩部の横開き方向の自由度および手首の自由度を無視して, 2 関節リンク機構とみなした場合, およそ $l_1 = l_2$ となっており, かつ両手で何か対象物を扱う際にはひじの曲げ角がおよそ 90° となる腕姿勢を取っている. したがって, 人間は無意識の内に手先の可操作度が最大となる最適腕姿勢を使っているということもできる.

3.2 スカラ型ロボット

Fig. 2 に示すような 4 自由度のスカラ型 (または水平多関節型) ロボットを考える. r としては手先位置 (x, y, z) と手先回転角 α を考え, $r = [x, y, z, \alpha]^T$ とおくと, ヤコビ行列は,

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} & 0 & 0 \\ -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

となる. したがって w は,

$$w = l_1 l_2 |\sin \theta_2|$$

となり, 前項の 2 関節リンクの場合と同様に, いかなる l_1, l_2, θ_1 に対しても $\theta_2 = \pm 90^\circ$ の場合に可操作度は最大となり, $l_1 + l_2$ が一定という制約のもとでは $l_1 = l_2$, $\theta_2 = \pm 90^\circ$ のとき可操作度が最大となる. $l_1 = l_2$ となっているスカラ型ロボットも幾種類か実際に販売されている.

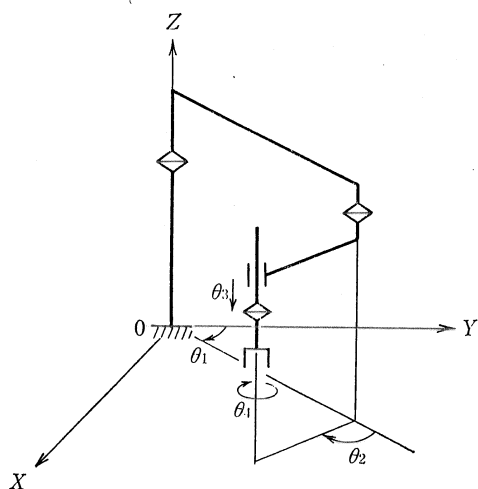


Fig. 2 SCARA type robot

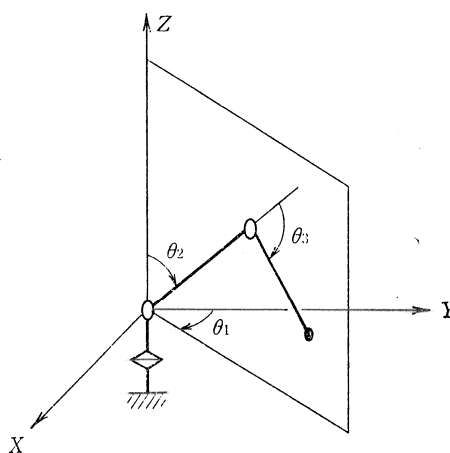


Fig. 3 PUMA type robot

3.3 PUMA 型ロボット

PUMA 型 (または垂直多関節型) ロボットは普通 5 ないし 6 自由度をもち, また各リンクが関節軸方向に少しずれをもって配置されているものも多い. しかしここでは, 簡単のため手首部の自由度を無視し, Fig. 3 に示すように, 関節ベクトルについては主要 3 関節のみを考えて $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ とし, また手先効果器状態ベクトルについては位置のみを考えて $r = [x, y, z]^T$ とする. このときヤコビ行列は,

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} -s_1(l_2 s_2 + l_3 s_{23}) & c_1(l_2 c_2 + l_3 c_{23}) & c_1 l_3 c_{23} \\ c_1(l_2 s_2 + l_3 s_{23}) & s_1(l_2 c_2 + l_3 c_{23}) & s_1 l_3 c_{23} \\ 0 & -(l_2 s_2 + l_3 s_{23}) & -l_3 s_{23} \end{bmatrix} \quad (18)$$

で与えられ, w は,

$$w = l_2 l_3 |(l_2 s_2 + l_3 s_{23}) s_3| \quad (19)$$

と計算される.

l_2, l_3 が与えられたとして w を最大にする姿勢を求めよう. まず θ_1 は w に無関係でどのような値をとってもよい. θ_2 については $s_3 \neq 0$ と仮定すると $\partial w / \partial \theta_2 = 0$ より,

$$\tan \theta_2 = \frac{l_2 + l_3 c_3}{l_3 s_3} \quad (20)$$

を得る. これは手先位置を XY 平面上にもってゆくこと, すなわち第 2 関節と同じ高さにすることを意味する. このことは第 1 関節の角速度の可操作度への効果を最大にするためであると解釈できる.

(20) 式の θ_2 を (19) 式に代入すると,

$$w = l_2 l_3 \sqrt{l_2^2 + l_3^2 + 2l_2 l_3 c_3} |s_3| \quad (21)$$

となる. これを最大にする θ_3 を求めると,

$$\cos \theta_3 = \frac{\sqrt{(l_2^2 + l_3^2)^2 + 12l_2^2 l_3^2 - (l_2^2 + l_3^2)}}{6l_2 l_3} \quad (22)$$

を得る. $l_3 = r l_2$ として r を 0.5, 1, 2 と変えた場合の最適姿勢を Fig. 4 に示す ($0^\circ \leq \theta_2 \leq 90^\circ$ のもののみを

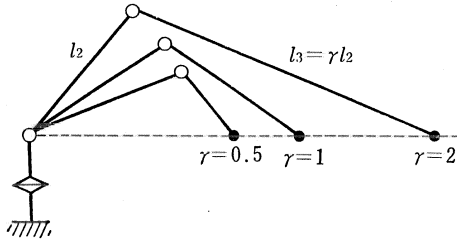


Fig. 4 Optimal arm posture for PUMA type robot

示した). θ_2 と θ_3 のみの2関節リンク機構と考えた場合には, $\theta_3=90^\circ$ が最適であったが, 今の場合 θ_3 が 90° よりも少し小さいところで最適となっている. これは手先位置を第1関節の回転軸より離れた方が θ_1 による可操作度への効果を大きくできるためである.

3.4 直交型, 円柱座標型, 極座標型ロボット

ここでは, PUMA 型ロボットを考えた場合と同様に, 主要3軸と手先位置のみに注目して議論を進めることにする.

直交型ロボットの場合, 可操作度 w は作業空間内のどの位置においても1となり一定不変である. 円柱座標型ロボットの場合は, 腕を伸ばしきった状態が最適姿勢であり, 極座標型では水平方向に腕を伸ばしきった状態が最適姿勢である. ゆえに円柱座標型および極座標型では, 作業領域の境界が最適姿勢となり不都合である. しかし手先位置に関する可操作度の観点から見る限り, 回転関節の先に, その半径方向に軸をもつ直動関節が結合

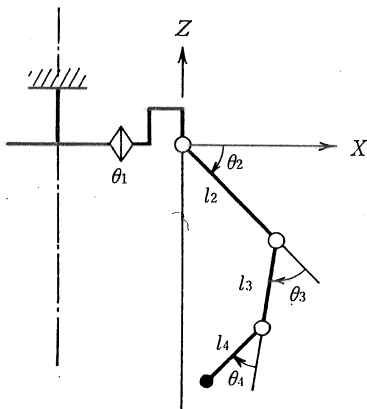


Fig. 5 Finger with 4 d.o.f.

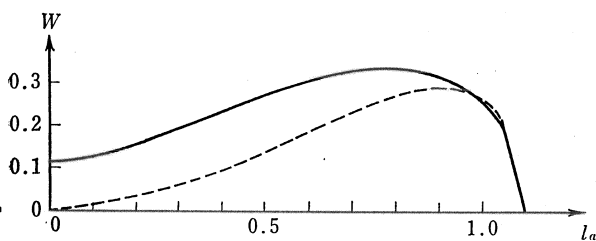


Fig. 7 Maximum value of w as a function of l_a
 — : $\theta = [\theta_2, \theta_3, \theta_4]^T$, $r = [x, z]^T$
 - - - : $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4]^T$, $r = [x, y, z]^T$

されている機構では, このようなことが必ず生じ, 直感的にも納得できる結果である. 実際には作業領域のできるだけ中央部で作業させる方が望ましいなど, 他の条件を考慮して作業時の腕姿勢を定めることになる.

3.5 4関節指ハンド

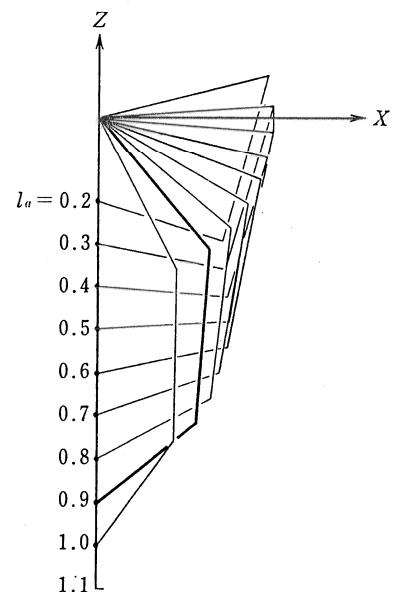
人間の手の器用さをもつロボットハンドを開発するために, 多関節指をもつハンドが種々研究されている³⁾⁻⁵⁾. ここでは Fig. 5 のような4関節指を可操作度の観点から考察する. まず θ_1 を固定して $\theta = [\theta_2, \theta_3, \theta_4]^T$, $r = [x, z]^T$ とし, 第2関節から指先までの距離 l_a が与えられた場合に, XZ 平面における指先位置に関する可操作度を考える. この場合のヤコビ行列は,

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} -l_2 s_2 - l_3 s_{23} - l_4 s_{234} & -l_3 s_{23} - l_4 s_{234} & -l_4 s_{234} \\ -l_2 c_2 - l_3 c_{23} - l_4 c_{234} & -l_3 c_{23} - l_4 c_{234} & -l_4 c_{234} \end{bmatrix} \quad (23)$$

となる. $m \times n$ の場合であるので, (3) 式の w を最大にする θ を数値計算により求めた. この結果得られた指姿勢を l_a をパラメータとして表したのが Fig. 6 である. なおリンク長さは $l_2 = l_3 = 0.4$, $l_4 = 0.3$ と選び, 指先は Z 軸の負の方向上にあるものとして描いてある. また各 l_a に対する w の最大値を Fig. 7 に実線で示してある. 図より最適姿勢は Fig. 6 の $l_a = 0.8$ に対する指姿勢であることがわかる.

つぎに θ_1 をも考慮に入れて $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4]^T$, $r = [x, y, z]^T$ とした場合を考えると, 可操作度は l_a をパラメータとするとき Fig. 7 の破線で与えられ, したがって最適姿勢は Fig. 6 の $l_a = 0.9$ に対する指姿勢で与えられる. このようにして得られた指姿勢は, 人間が小さな物を指先でつかんで操作する場合の指姿勢に比較的好く合っていると思われる. また, これらの指姿勢は4関

Fig. 6 Optimal finger posture



節の指を複数本もつハンドによって、対象物を細かく操作する場合の把握姿勢などの決定に役立つと期待できる。

なお、Salisbury と Craig⁴⁾ が多関節指ハンドの指姿勢の良さを測る1つの測度として、ヤコビ行列の転置 $J^T(\theta)$ の条件数 $c(J^T(\theta))$ を提案している*。これは各関節で加えるべきトルクに誤差が生じることを考慮に入れて、指先に発生させるべき力をできるだけ正確に発生させたいという観点から導入された測度である。ゆえにもともと可操作度の考え方とは異なっているため、得られる指姿勢も異なってくる。たとえば、最も簡単な2関節指の場合に、それぞれの測度による最適姿勢を、 l_1 と l_2 の長さの比をパラメータとして表示したのが Fig. 8 である。

4. おわりに

手先効果器の位置や姿勢を任意に動かすための、ロボットアームの能力を示す1つの測度として、可操作度の概念を先に提案したが、本報告ではその性質と、その各種アームおよび指への適用結果について述べた。得られた最適アーム姿勢は、どのようなアーム姿勢でロボットに種々の作業をさせるべきかを考える際の1つの目安として役立つものとする。また最適アーム姿勢が、作業をする際の人間の腕や指の姿勢とかなり類似していることもわかった。

なお、可操作度がロボットアームの特異点回避を行うための制御方策を得る際に役立つことは先に示したが¹⁾、可操作度や可操作楕円体の概念の、ロボットアームの設計や仕事のプランニングなどへの応用については今後の研究課題である。

* 行列 J^T に対して任意にノルム $\|J^T\|$ を選んだとき、条件数 $c(J^T)$ は、 $c(J^T) = \frac{\|J^T\|}{\sigma_m}$ で定義される。特にノルムとしてユークリッドノルムを選んだ場合は、 $c(J^T) = \sigma_1/\sigma_m$ (σ_1 は最大特異値、 σ_m は最小特異値) となる。

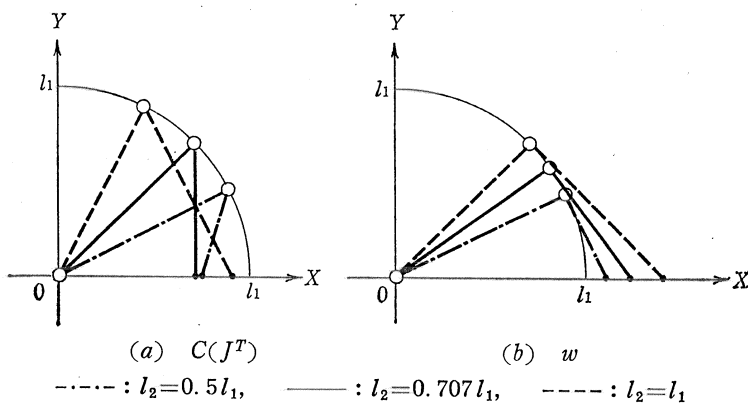


Fig. 8 Comparison of optimal postures

参考文献

- 1) T. Yoshikawa, "Analysis and Control of Robot Manipulators with Redundancy", Preprints of the 1st International Symposium of Robotics Research, Aug. 28~Sept. 2, 1983
- 2) 浅田, "ロボットアーム動特性の幾何学的解析法", 計測自動制御学会論文集, 19-6, pp.500-505, 1983
- 3) 岡田, "操作性に富む指構造を有するマニピュレータとその計算機制御", 計測自動制御学会論文集, 16-1, pp.98-104, 1980
- 4) J. K. Salisbury and J. T. Craig, "Articulated Hands : Force Control and Kinematic Issues", Int. J. of Robotics Research, 1-1, pp.4-17, 1982
- 5) H. Hanafusa, H. Kobayashi and N. Terasaki, "Fine Control of the Object with Articulated Multi-Finger Robot Hands", Proc. of the 1983 International Conference on Advanced Robotics, pp.245-252, 1983



吉川恒夫

(Tsuneo YOSHIKAWA)

昭和16年12月19日生れ。京都大学工学部精密工学科卒業、昭和44年同大学大学院博士課程修了。同年、同大学工学部助手。昭和45年、同大学助教授(オートメーション研究施設)となり現在に至る。産業用ロボットの制御、分散制御系、線形システム理論などの研究に従事。日本自動制御協会、計測自動制御学会、日本機械学会、IEEEなどの会員。(日本ロボット学会正会員)