

「日本ロボット学会誌」（第5巻 第3号、昭和62年6月15日発行）別刷

パラレルマニピュレータの設計と 機構特性

津坂 祐司 福泉 武史 井上 博允

日本ロボット学会
Robotics Society of Japan

パラレルマニピュレータの設計と機構特性

津坂祐司* 福泉武史** 井上博允***

パラレルマニピュレータはエンドエフェクターを拘束する6つのアクチュエーターがすべて並列に配置された独特の構造を持つ。その簡単な対称性のよいデザインは8面体となり、そのデザインでは頭部三角形と底部三角形が6本の長さの制御できるシリンダで結合されている。シリンダの長さを制御することにより頭部三角形を底部三角形に対して任意の位置姿勢に位置決めできる。この構造は非常にシンプルであるが、機構の可動範囲が狭く運動の可逆性が損なわれるがちである。この問題を解決するため我々はパンタグラフリンクを3組用いて、各リンクは2個のDCモータで駆動し、直動アクチュエータを用いる必要のないデザインを行った。このデザインにより、コンパクトでなおかつ出力重量比の大きな6自由度マニピュレータを実現することができた。本論文では幾何学的な解析と静的な力の解析と静的な力の解析と機構の特性について述べる。加えてパラレルマニピュレータの特異点についての考察も行う。

1.はじめに

パラレルマニピュレータは、エンドエフェクタの6個の自由度を制御するための駆動ジョイントがすべて並列に配置されているマニピュレータである。従来のマニピュレータの多くは駆動ジョイントを直列に接続していく必要な自由度を得ている。それに対してパラレルマニピュレータは、自由な6つの自由度を持つエンドエフェクタを、基準座標系に対して1自由度だけ制御可能な駆動ジョイントで拘束していく、それを6個取付けて6自由度制御可能にした機構と考えることができる。この機構は、3本の指で物体をつまんでいる状態に似ている。

このような機構の実際の例としてフライトイシミュレータがある。フライトイシミュレータは8面体の上面の三角形と底面の三角形の間の6辺を6本の油圧シリンダで支え長さを制御できるようにした機構を持つ。コックピットが上面の三角形の上に乗りその動きがシミュレートできる。またMcCallionらは同様の8面体の機構を用いて6自由度コンプライアントデバイスや6自由度作業用プラットフォームを作製した²⁻³⁾。このような機構は従来みなリニアアクチュエータを用いて作られてきたがリニアアクチュエータを用いた設計では可動範囲を広くすることが難しく、実現するために複雑な機構が必要とな

りがちである。またシリンダやボールスクリューなどのリニアアクチュエータでは、摩擦の影響が大きく、運動の可逆性が損なわれる。この可逆性はコンプライアンス制御を行うときなどに有効な性質である。

そこで我々はリニアアクチュエータの代わりにリンク機構とDCモータとその減速用の遊星歯車機構だけで構成されたパラレルマニピュレータを設計した。我々の設計したパラレルマニピュレータはかなり広い可動範囲を持ち摩擦が少ないので運動の可逆性と効率を損なわず、小形コンパクトで、従来のサーボモータと歯車で実現でき、しかもかなりの力を出すことができる。本論文では

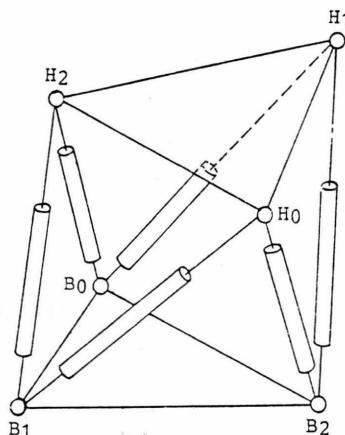


Fig.1 Octahedral design

原稿受付 1986年10月13日

* 東京大学大学院 ** 日本電気(株)
*** 東京大学工学部

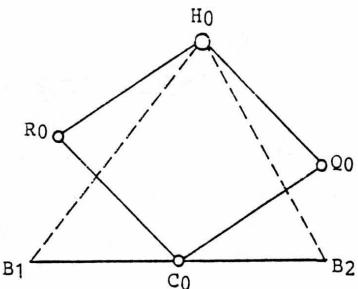


Fig. 2 Pantograph as a substitute for triangle

このデザインの詳細と、幾何学的解析、静的力の計算、実機で得られる特性について述べる。

2. 機構

パラレルマニピュレータの基本的な概念を Fig.1 に示す。頭部三角形 $H_0H_1H_2$ にエンドフェクタが固定され、底部三角形 $B_0B_1B_2$ は基準座標系に固定される。頭部三角形は、球面継手により接続された長さの制御できるシリンダ 6 本により支えられている。6 本のシリンダの長さを制御することによって可動範囲内で頭部三角形に任意の位置姿勢をとらせることができる。

Fig.1 で示した 8 面体型デザインは、対象性がよくまた簡単であるが、実際には、いくつかの問題点がある。第一には可動範囲が狭いという点である。パラレルマニピュレータの可動範囲を拡げるためには、Fig.1 における三角形 $H_iB_jB_k$ の形を大きく変化させ得ることが必要

である。しかしシリンダを用いた設計では、一辺の長さの最大と最少の比が大きくとることができないため狭い可動範囲しか得られない。第二の点は運動の可逆性が損なわれることである。この可逆性は、コンプライアンス制御を行うときに重要となる。シリンダを用いた場合には摩擦が大きいため十分な可逆性は得られない。またボールスクリューとモータを用いた場合は機構が複雑になりコンパクトに造ることが難しいという問題も出てくる。

そこで我々はパラレルマニピュレータを直動アクチュエータを用いず、リンク機構と DC モータ、歯車減速だけで実現した。Fig.2 にその設計のコンセプトを示す。リニアアキュエータを含む三角形 $H_0B_1B_2$ をパンタグラフ $H_0Q_0C_0R_0$ で置換える。頭部三角形 $H_0H_1H_2$ は H_0 点にある球面継手を介してパンタグラフと接続している。パンタグラフの乗っている平面は B_1B_2 軸すなわち底部三角形の一辺まわりに自由に回転することができる。リンク Q_0C_0 とリンク R_0C_0 の C_0 まわりの回転角をそれぞれ制御して H_0 をパンタグラフの平面内で任意の点に持っていくことができる。これは 2 辺の長さが制御できる三角形 $H_0B_1B_2$ と等価である。パンタグラフリンクを用いたこの設計では、通常のシリンダ等を用いる設計に比べ、 H_0 点の取り得る範囲がかなり拡がる。Fig.3 に実際に採用したパンタグラフ機構を示す。この機構を 3 組、並列に組合わせることにより、パラレルマニピュレータを実現することができる。試作したパラレルマニピュレータの全体の機構と主要な寸法を Fig.4 に示す。これは基本的に 8 面体型のデザインと等価であるが、

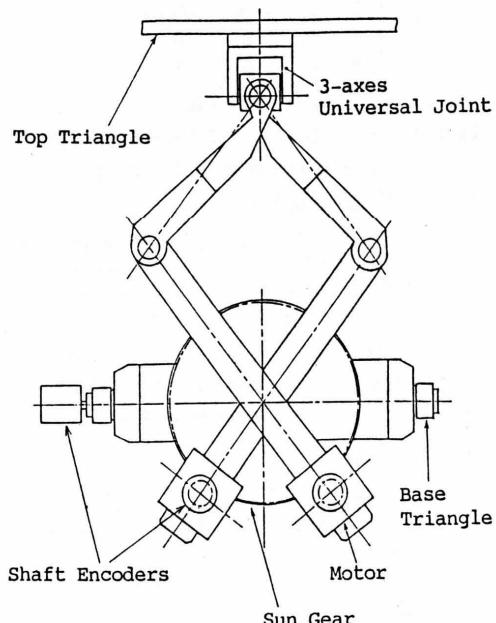


Fig. 3 Pantograph link implementation

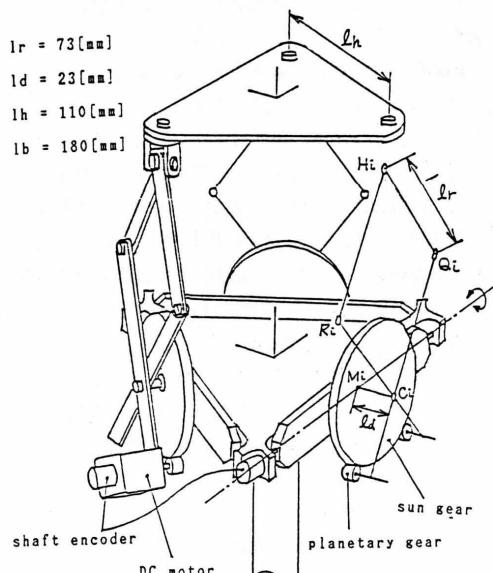


Fig. 4 The assembled parallel manipulator

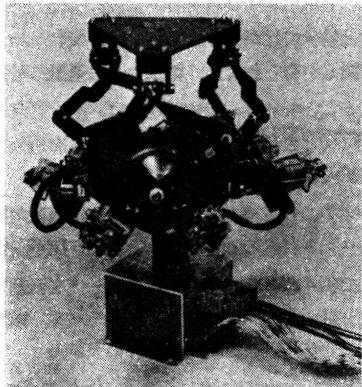


Fig. 5 Whole view of the mechanism

その可動範囲は8面体型のものよりもかなり広い。また減速比が1:9と小さいため運動の可逆性も十分にある。1組のパンタグラフは2個のDCサーボモータで駆動され、6個のモータの回転角と、3組のパンタグラフの B_jB_k 軸まわりの回転角がシャフトエンコーダで計測できる。後述するようにパラレルマニピュレータではジョイント角から頭部三角形の位置姿勢を求めることが困難であるがパンタグラフの回転角を計測することによりその変換が容易になる。

3. 幾何学的な解析

3.1 ジョイント角の算出

頭部三角形の位置姿勢から6つのジョイント角を求める方法について述べる。まず基準座標系における、頭部三角形を支える3つの球面緑手の中心の座標を求めその値から必要なジョイント角を計算する。

Fig.6に示す様に、各座標系、点、角度等を定める。座標系は太文字で、点は大文字で、点ベクトルは点に対応する太小文字で、角度はギリシア文字であらわす。左肩添字は、点または座標系の基準となる座標系をあらわし省略時は後述の \mathbf{O} を基準とする。頭部三角形に固定した座標系を \mathbf{T} 、底部三角形 $B_0B_1B_2$ の中心に固定した座標系を \mathbf{O} とし、3つの球面緑手の中心点を $H_0H_1H_2$ とする。 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i (i=0)$ の角をFig.6に示すように定義すると $\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ が求めるジョイント角である。また、パンタグラフリンクの一辺の長さを l_r 、 H_i を含むパンタグラフリンクの動く平面と、 B_jB_k 軸との距離を l_d 、 B_jB_k の中点と \mathbf{O} の原点との距離を l_m 、 \mathbf{T} から見た H_i 点を表すベクトルを ${}^T\mathbf{h}_i$ とする。これら l_r 、 l_d 、 l_m 、 ${}^T\mathbf{h}_i$ は定数である。

今、マニピュレータの位置姿勢が \mathbf{O} から \mathbf{T} への変換行列 ${}^0\mathbf{T}$ で与えられるとすると、 \mathbf{O} から見た H_i 点の位置ベクトル ${}^0\mathbf{h}_i$ は、次式により求められる。

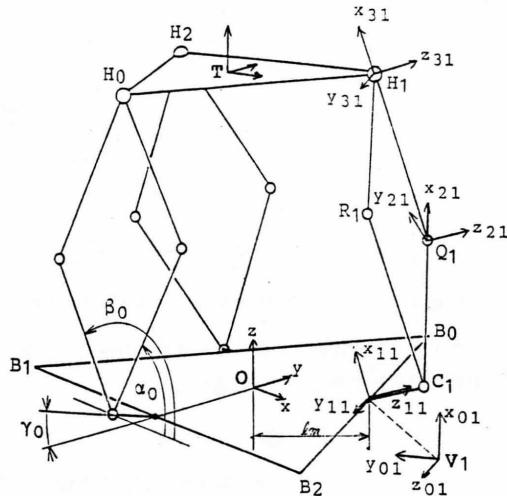


Fig. 6 Coordinate system and joint variables

$${}^0\mathbf{h}_i = {}^0\mathbf{T} {}^T\mathbf{h}_i (i=0, 1, 2) \quad (1)$$

各 ${}^0\mathbf{h}_i$ からジョイント変数 α_i, β_i は、従来のマニピュレータと同様に求めることができる。この計算は3つのパンタグラフリンク毎に独立に計算できるためその1つについて示し、以降添字*i*は適宜省略する。

底部三角形に固定され B_jB_k の中点に原点がある座標系 ${}^0\mathbf{V}_i$ と、パンタグラフリンク内の各リンクに固定した座標系とをFig.6に示すように定義すると ${}^0\mathbf{V}_i (i=0, 1, 2)$ は次式で表わされる。

$${}^0\mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} 0 & -S_0 & -C_0 & l_m S_0 \\ 0 & C_0 & -S_0 & -l_m C_0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで C_0 と S_0 は、添字*i*毎に異なり、その値をTable 1に示す。各リンクの座標系間の関係を表すために、DenavitとHartenbergのA行列⁵⁾を用いると、 A_n は次式の通り定義される。

$$A_n = \begin{bmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \cos \varphi_n & \sin \theta_n \sin \varphi_n & a_n \cos \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \cos \varphi_n & -\cos \theta_n \sin \varphi_n & a_n \sin \theta_n \\ 0 & \sin \varphi_n & \cos \varphi_n & d_n \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

各リンクに \mathbf{O} に近い方からその番号を1, 2, 3とするとき、A行列を定めるリンクパラメータはTable 2に示す通りである。ここでジョイント角 α, β, γ はジョイント変数 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ より

Table 1. Constants of V

sufix	C_0	S_0
$i=0$	1	0
$i=1$	-1/2	$\sqrt{3}/2$
$i=2$	-1/2	$-\sqrt{3}/2$

Table 2. Link Parameters of Each Pantograph

link <i>n</i>	variable θ_n	length d_n	distance a_n	twist-angle φ_n
1	θ_1	0	0	$\pi/2$
2	θ_2	l_d	l_r	0
3	θ_3	0	l_r	0

$$\begin{aligned}\alpha &= \theta_2 + \pi/2 \\ \beta &= \theta_2 + \theta_3 + \pi/2 \\ \gamma &= \theta_1\end{aligned}\quad (3)$$

と求められる。以上のA行列の定義より、 \mathbf{o} を零ベクトルとすると次の式が成立つ。

$$\mathbf{A}_1^{-1}V\mathbf{h} = \mathbf{A}_2\mathbf{A}_3\mathbf{o} \quad (4)$$

上式の両辺の零でない成分より以下の方程式が得られる

$$\begin{aligned}Vh_x \cos \theta_1 + Vh_y \sin \theta_1 &= 2l_r \cos((2\theta_2 + \theta_3)/2) \cos(\theta_3/2) \\ Vh_z &= 2l_r \sin((2\theta_2 + \theta_3)/2) \cos(\theta_3/2) \\ Vh_x \sin \theta_1 - Vh_y \cos \theta_1 &= l_d\end{aligned}\quad (5)$$

この方程式を解くと次式が得られる。

$$\sin((2\theta_2 + \theta_3)/2) = \pm Vh_z / \sqrt{Vh_x^2 + Vh_y^2 + Vh_z^2 - l_d^2} \quad (6)$$

$$\cos(\theta_3/2) = \pm \sqrt{Vh_x^2 + Vh_y^2 + Vh_z^2 - l_d^2} / 2l_r \quad (7)$$

いまパラレルマニピュレータの機構を考えると、各変数の値は以下の範囲で考えればよいことがわかる。

$$0 < \theta_3 < \pi \quad (8)$$

$$-\pi/2 < (2\theta_2 + \theta_3)/2 < \pi/2 \quad (9)$$

(9)式より(6)(7)式の符号が定まり、(8)(9)式よりその解が一意に定まる。(3)式を用いて θ_2, θ_3 を α, β に、(2)式を用いて Vh を \mathbf{h} に直すと

$$\cos((\beta + \alpha)/2) = (C_0 h_x + S_0 h_y) / l_s \quad (10)$$

$$\cos((\beta - \alpha)/2) = l_s / 2l_r \quad (11)$$

ここで l_s は次の通り定義される。

$$l_s = \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2 - 2l_m S_0 h_x + 2l_m C_0 h_y + l_m^2 - l_d^2} \quad (12)$$

$(\beta + \alpha)/2$ と $(\beta - \alpha)/2$ が0又は π に近い状態はパラレルマニピュレータの構造上可動範囲外とすべきであり、 α, β の計算は次式の通り逆余弦を用いて求めることができる。

$$\begin{aligned}\alpha &= \cos^{-1} f - \cos^{-1} g \\ \beta &= \cos^{-1} f + \cos^{-1} g\end{aligned}\quad (13)$$

ここで、

$$f = (C_0 h_x + S_0 h_y) / l_s, \quad g = l_s / 2l_r$$

3.2 ジョイント角から位置姿勢を求める

パラレルマニピュレータの位置姿勢は、6つのジョイント角と、機械的な拘束により定まる。ジョイント角から頭部の位置姿勢を求めるためには3つの球面総手の中点Hが得られればよいが、そのためには高次の連立方

程式を解く必要があり、容易にはできない。

数値的にイタレーションで解くことはできるが、計算を簡単にするため、 γ を、 α, β から解かずとも、シャフトエンコーダーを取付け実測できるようにした。3個のH点は(4)式により、 γ, α, β から得ることができ。H点より、T行列

$$T = [\mathbf{noap}] \quad (14)$$

は、三角形 $H_0 H_1 H_2$ の中心に原点があるとして

$$\mathbf{n} = (\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2) / l_h$$

$$\mathbf{o} = (-2\mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2) / \sqrt{3} l_h \quad (15)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{n} \times \mathbf{o} = 2(\mathbf{h}_0 \times \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_1 \times \mathbf{h}_2 + \mathbf{h}_2 \times \mathbf{h}_0) / \sqrt{3} l_h^2$$

$$\mathbf{p} = (\mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2) / 3$$

と容易に得られる。

4. 静的な力の解析

4.1 ジョイントトルクから力とモーメントへの変換

まずマニピュレータの微少並進回転を、6個のジョイントの微少回転に変換するヤコビ行列を求める。頭部三角形の微少並進回転ベクトルとジョイントの微少回転ベクトルをそれぞれ次式の通り定める。

$$\begin{aligned}\mathbf{T}D &= (T_{dx}, T_{dy}, T_{dz}, T_{\delta_x}, T_{\delta_y}, T_{\delta_z})^t \\ Q &= (d\alpha_0, d\beta_0, d\alpha_1, d\beta_1, d\alpha_2, d\beta_2)^t\end{aligned}\quad (16)$$

変換行列Tが与えられた時、3個の点 H_i の微少変位は次式で求めることができる。

$$dh_i = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & T_{h_{ix}} & -T_{h_{iy}} \\ 0 & 1 & 0 & -T_{h_{iz}} & 0 & T_{h_{ix}} \\ 0 & 0 & 1 & T_{h_{iy}} & -T_{h_{iz}} & 0 \end{bmatrix} TD \quad (18)$$

一方点 H_i の微少変位とジョイントの微少回転の関係は次式に示す通りである。

$$\begin{bmatrix} d\alpha_i \\ d\beta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial(\beta_i + \alpha_i)/2}{\partial h_{ix}} & \frac{\partial(\beta_i + \alpha_i)/2}{\partial h_{iy}} & \frac{\partial(\beta_i + \alpha_i)/2}{\partial h_{iz}} \\ \frac{\partial(\beta_i - \alpha_i)/2}{\partial h_{ix}} & \frac{\partial(\beta_i - \alpha_i)/2}{\partial h_{iy}} & \frac{\partial(\beta_i - \alpha_i)/2}{\partial h_{iz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dh_{ix} \\ dh_{iy} \\ dh_{iz} \end{bmatrix} \quad (19)$$

(18)式と(19)式より

$$\begin{aligned}J_i &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} \frac{\partial(\beta_i + \alpha_i)/2}{\partial h_{ix}} & \frac{\partial(\beta_i + \alpha_i)/2}{\partial h_{iy}} & \frac{\partial(\beta_i + \alpha_i)/2}{\partial h_{iz}} \\ \frac{\partial(\beta_i - \alpha_i)/2}{\partial h_{ix}} & \frac{\partial(\beta_i - \alpha_i)/2}{\partial h_{iy}} & \frac{\partial(\beta_i - \alpha_i)/2}{\partial h_{iz}} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & {}^T h_{tz} & -{}^T h_{ty} \\ 0 & 1 & 0 & -{}^T h_{tz} & 0 & {}^T h_{tx} \\ 0 & 0 & 1 & {}^T h_{ty} & -{}^T h_{tx} & 0 \end{bmatrix} \quad (i=0,1,2) \quad (20)$$

とするとヤコビ行列は J_0, J_1, J_2 を組合わせて次のようになる。

$$J = \begin{bmatrix} J_0 \\ J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

実際にヤコビ行列の要素を得るために (19) 式の微分が必要であるがこれは (10) (11) 式を直接微分して得ることができる。その結果を以下に示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\beta-\alpha)/2}{\partial h_x} &= \frac{-1}{\sqrt{1-g^2}} \cdot \frac{h_x - l_m S_0}{2l_r l_s} \\ \frac{\partial(\beta-\alpha)/2}{\partial h_y} &= \frac{-1}{\sqrt{1-g^2}} \cdot \frac{h_y + l_m C_0}{2l_r l_s} \\ \frac{\partial(\beta-\alpha)/2}{\partial h_z} &= \frac{-1}{\sqrt{1-g^2}} \cdot \frac{h_z}{2l_r l_s} \\ \frac{\partial(\beta+\alpha)/2}{\partial h_x} &= \frac{-1}{\sqrt{1-f^2}} \cdot \left(\frac{C_0}{l_s} - \frac{f \cdot (h_x - l_m S_0)}{l_s^2} \right) \\ \frac{\partial(\beta+\alpha)/2}{\partial h_y} &= \frac{-1}{\sqrt{1-f^2}} \cdot \left(\frac{S_0}{l_s} - \frac{f \cdot (h_x - l_m C_0)}{l_s^2} \right) \\ \frac{\partial(\beta+\alpha)/2}{\partial h_z} &= \frac{-1}{\sqrt{1-f^2}} \cdot \frac{-f \cdot h_z}{l_s^2} \end{aligned} \quad (22)$$

以上の方針によりヤコビ行列が得られる。このヤコビ行列を用いることにより、ジョイントトルク τ から T 座標系に発生する力とモーメント F を得ることができ次式がその関係を表す。

$$T F = T J \tau \quad (23)$$

ここで

$$\tau = (M_{\alpha_0}, M_{\beta_0}, M_{\alpha_1}, M_{\beta_1}, M_{\alpha_2}, M_{\beta_2})^t \quad (24)$$

$$F = ({}^T L_x, {}^T L_y, {}^T L_z, {}^T M_x, {}^T M_y, {}^T M_z)^t \quad (25)$$

4.2 力とモーメントからジョイントトルクへの変換

頭部三角形に働く力とモーメントから、ジョイントトルクを求めるには前出の J より J^{-1} を解けば可能であるが計算量が多いため、力の釣合いで解く方法を考える。

頭部三角形は 3 つの球面継手で支えられ、球面継手はモーメントを伝えないため、継手の中心点 H_i における力の釣合いで方程式を考える。 T の原点に働く力を L 、モーメントを M と表し、 H_i が伝える力を F_i すると

$$L = \sum_{i=0}^2 F_i \quad (26)$$

$$M = \sum_{i=0}^2 (\mathbf{h}_i - \mathbf{p}) \times F_i \quad (27)$$

$$F_i \cdot k_i = 0 \quad (i=0,1,2) \quad (28)$$

ここで、 $k_i = (\mathbf{b}_k - \mathbf{b}_j) / |\mathbf{b}_k - \mathbf{b}_j| \times (\mathbf{h}_i - \mathbf{b}_j)$ アクチュエ

ータの自重等、各ジョイントへの外力の影響を考える場合、(28) 式の右辺は 0 でなく、外力により発生する B_j B_k 軸回りのモーメントの値になる。

(26) (27) (28) 式より 9 元連立方程式が得られそれを解くことにより球面継手が伝える力が得られる。球面継手に働く力 F_i から各ジョイントトルクを求めるためには、 F_i の y_{zt} 方向と y_{st} 方向 (Fig.6 参照) の成分を求めればよい。それぞれの方向の単位ベクトルを j_{qt} , j_{rt} とすると、それらは、行列 $V_t A_{1t} A_{2t} A_{3t}$, $V_t A_{1t} A_{2t} A_{3t}$ の第 2 列目として得られる。よってジョイントトルク M_{at} , M_{bt} は次式に示す通りとなる。

$$\begin{aligned} M_{at} &= l_r F_i \cdot j_{qt} \\ M_{bt} &= l_r F_i \cdot j_{rt} \end{aligned} \quad (29)$$

5. 機構特性

5.1 可動範囲

パラレルマニピュレータの可動範囲を決定する条件としては、マニピュレータを構成する各リンク間の相互干涉と、特異点がある。パラレルマニピュレータには前節で求めたヤコビ行列のヤコビアンが 0 となる状態が存在しそこではマニピュレータの位置姿勢が定まらず制御不能となる。またその近傍は外乱により異なる解へ遷移する可能性がある。そのためパラレルマニピュレータには、たとえ解の空間の内部に存在していても、可動範囲外としなくてはならない特異点が存在する。実現した機構では上条件による各パンタグラフの可動範囲の限界により全体の可動限界が定まり、これに加えて球面継手の可動範囲と γ の範囲を検討すれば、ほとんどの場合の可動範囲は調べることができる。例えは姿勢を基準座標系に平行にした場合の可動範囲を Fig.7 に示す。2 節で述べた通り、パンタグラフを用いたデザインでは伸縮機構を用いた場合よりも可動範囲が広くなる。伸縮機構を用いてパラレルマニピュレータを設計した場合の可動範囲を Fig.8 に示す。比較のため、頭部三角形の最大高さが等しくなるようにシリンドラの長さを定め、シリンドラのストロークは全長の 40% とした。

5.2 力の最大値

実際のパラレルマニピュレータが頭部三角形を水平に保った状態で z 軸方向の力をどこまで支えられるかを Fig.9 に示す。 $z=60, 90, 120$ mm の値が示してあるが、いずれも可動範囲の中心で出力が突出していることがわかる。

使用している DC モータの最大トルクが 0.72 kg·cm で減速比は 9 である。本パラレルマニピュレータは、自重が約 2.0 kg であるから、かなりの範囲で自重を支えることができる。

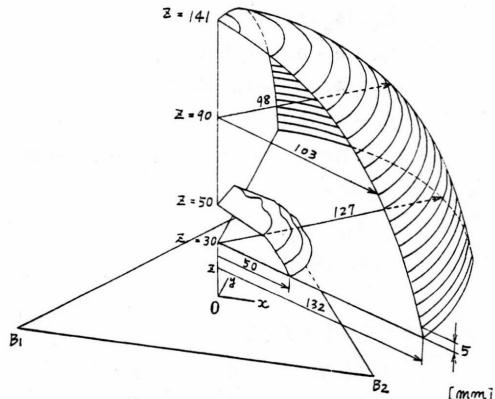


Fig. 7 Accessible space of pantograph design

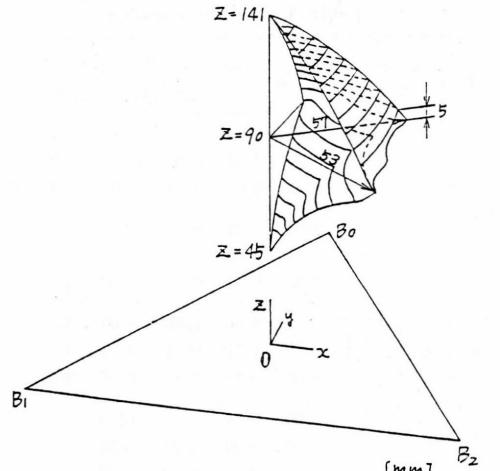


Fig. 8 Accessible space of telescopic design

5.3 スティーフネス行列

4節で求めたヤコビ行列を用いて頭部三角形のT座標系でのスティーフネスを求めることができる。本パラレルマニピュレータは現在各ジョイント毎にPD制御を行っているため、ジョイント空間でのスティーフネス行列Kは

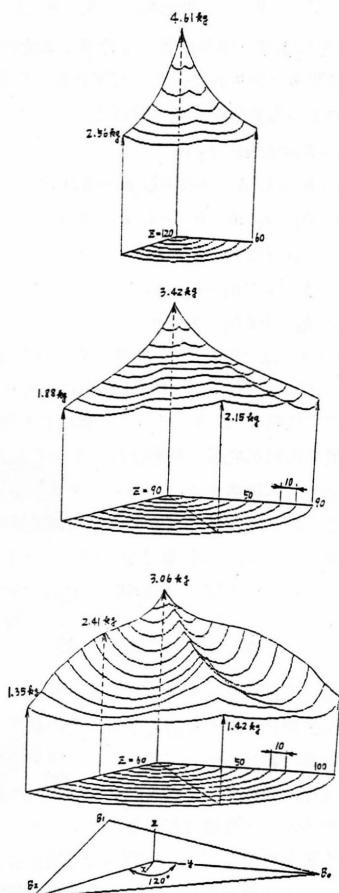


Fig. 9 Maximum force

次式で与えられる。

$$K = \begin{vmatrix} k_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 \end{vmatrix} \quad (30)$$

ジョイントの微少回転角Qとジョイントトルクτの間に次のような関係が成立つ。

$$\tau = KQ \quad (31)$$

頭部三角形の微少並進回転ベクトル^TDに関して4節のヤコビ行列の定義より次式が成立つ。

$$Q = J^T D \quad (32)$$

(23) (31) (32) 式よりT座標系に発生する力とモーメント^TFとDの関係として次式が得られる。

$$T F = J^T K J^T D \quad (33)$$

ここで行列J^TKJ^TがT座標系におけるスティーフネスを表している。一例として頭部三角形の姿勢を底部三角形に平行に、その中心を(0, 0, 90) mm, (0, 30, 90) mmとした時のスティーフネス行列の成分の値をTable 3に示す。Kの値は実際に採用したサーボゲインよりジョイント角で7 kg·cm/radとした。

6. 特異点に関する考察

パラレルマニピュレータには、直列接続の多関節マニピュレータの退化状態、すなわちエンドエフェクタの位置姿勢に対するジョイント角が一意に定まらない場合、とは異なる種類の特異点がある。それは前節で求めたヤコビ行列が正則でなくなる場合である。そこでは一組のジョイント角を与えて位置姿勢が定まらない。これは

Table 3. Stiffness matrix

configuration T [rad, cm]	stiffness matrix K	[kg/cm] [kg]	[kg·cm] [kg·cm]
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.0 \\ 0 & 0 & 1 & 9.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.88 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 2.88 & 0.00 & 1.35 \\ 0.00 & 0.00 & 3.33 & 0.00 \\ 0.00 & 1.35 & 0.00 & 67.3 \\ 1.35 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.35 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 67.3 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 67.3 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 226 \end{bmatrix}$	
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.0 \\ 0 & 1 & 0 & 3.0 \\ 0 & 0 & 1 & 9.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.79 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.71 & 0.54 & -0.54 \\ 0.00 & 0.54 & 3.42 & 0.45 \\ 0.00 & -0.54 & 0.45 & 68.0 \\ -3.96 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 2.70 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3.96 & 2.70 \\ -0.54 & 0.00 \\ 3.42 & 0.00 \\ 0.45 & 0.00 \\ 68.0 & 0.00 \\ 71.0 & 3.96 \\ 3.96 & 169 \end{bmatrix}$	

この特異点の近傍でパラレルマニピュレータの位置姿勢が、わずかな外乱で大きく変化することを意味する。また一般に、パラレルマニピュレータの一組のジョイント角に対する位置姿勢は複数個存在するため特異点近傍では異なる解空間へ遷移する可能性が高くなってくる。そしてひとたび遷移すると自力でもとの解空間に戻ることは不可能となる。このため特異点の位置姿勢をあらかじめ知っておくことが必要である。8面体モデルを使うとこれらのいくつかを容易に知ることができる。Fig.1 の8面体モデルを陰関数の形で表すと(34)式となる。

$$\begin{aligned} f_{00} &= |\mathbf{h}_0 - \mathbf{b}_1|^2 - l_{01}^2 = 0 \\ f'_{11} &= |\mathbf{h}_0 - \mathbf{b}_2|^2 - l_{02}^2 = 0 \\ f_{02} &= |\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_2|^2 - l_{02}^2 = 0 \\ f_{10} &= |\mathbf{h}_1 - \mathbf{b}_2|^2 - l_{12}^2 = 0 \\ f_{11} &= |\mathbf{h}_1 - \mathbf{b}_0|^2 - l_{10}^2 = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

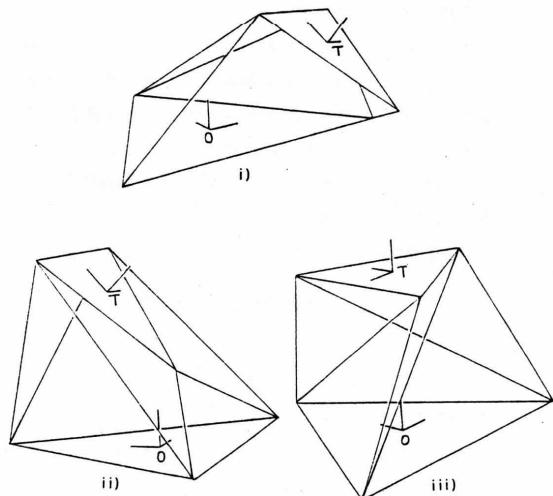


Fig.10 Singular points

$$f_{12} = |\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_0|^2 - l_h^2 = 0$$

$$f_{20} = |\mathbf{h}_2 - \mathbf{b}_0|^2 - l_{20}^2 = 0$$

$$f_{21} = |\mathbf{h}_2 - \mathbf{b}_1|^2 - l_{21}^2 = 0$$

$$f_{22} = |\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_1|^2 - l_h^2 = 0$$

ここで J_f を $\partial f / \partial \mathbf{h}$ とするとき 9×9 のヤコビ行列となる。その成分は、
($\mathbf{h}_{ix} - \mathbf{b}_{jx}, \mathbf{h}_{iy} - \mathbf{b}_{jy}, \mathbf{h}_{iz} - \mathbf{b}_{jz}$)
の組を $\mathbf{h}_i - \mathbf{b}_j$ で表し、
(0, 0, 0)

の組を 0 で現すと次式となる。

$$J_f = 2 \begin{bmatrix} \mathbf{h}_0 - \mathbf{b}_1 & 0 & 0 \\ \mathbf{h}_0 - \mathbf{b}_2 & 0 & 0 \\ \mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_2 & 0 & \mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_0 \\ 0 & \mathbf{h}_1 - \mathbf{b}_2 & 0 \\ 0 & \mathbf{h}_1 - \mathbf{b}_0 & 0 \\ \mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{h}_2 - \mathbf{b}_0 \\ 0 & 0 & \mathbf{h}_2 - \mathbf{b}_1 \\ 0 & \mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2 & \mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

J_f に基本変形を施し線形従属の行を導くことができればその位置姿勢は特異点である。以下に線形従属を導き出すことのできる条件を3通り挙げる。

- i) $\mathbf{h}_i - \mathbf{b}_j = \lambda(\mathbf{h}_i - \mathbf{b}_k)$
- ii) $\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_j = \lambda_0(\mathbf{h}_i - \mathbf{b}_j) + \lambda_1(\mathbf{h}_i - \mathbf{b}_k)$ かつ
 $\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_k = \lambda_2(\mathbf{h}_i - \mathbf{b}_j) + \lambda_3(\mathbf{h}_i - \mathbf{b}_k)$
- iii) $\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2 = \lambda(2\mathbf{b}_0 - \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2)$ かつ
 $\mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_1 = \lambda(2\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_0 - \mathbf{b}_1)$ かつ
 $\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_0 = \lambda(2\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_0)$

ここで (i, j, k) は $(0, 1, 2)$ の置換であり λ は適当な実数である。i) は H_i 点が $B_j B_k$ 軸上にある場合、ii) は頭部三角形と $B_j B_k$ が同一平面にある場合、iii) は頭部三角形が底部三角形に対して 90° ねじれた場合である。本機構では i) はペントグラフリンクの限界のため ii) は球面継手の回転角の限界のために起り得ない。iii) の状態は起り得る。i) ii) iii) の場合に相当する図を Fig.10 に示す。

7. ま と め

本論文ではパラレルマニピュレータの機構設計、幾何学的解析、静的な力の解析、その結果から得られる機構の特性について述べた。パラレルマニピュレータは一般にリンクがループを含むため数学的取扱いはめんどうな場合がある。エンドエフェクタの位置姿勢からジョイント角への変換は容易であるが、その逆すなわちジョイント角から位置姿勢への変換は困難である。同様にエフェクタの力・モーメ

ントからジョイントトルクを求めるための計算量が多い。しかし6自由度をコンパクトに実現することができ、小さな減速比にもかかわらず特にZ軸方向には自重を上回る大きな力を出すことができた。

我々のバラレルマニピュレータの設計はリニアアクチュエータを用いることなくリンク機構で実現したため、小形のサーボモータで駆動することができ、広い可動範囲と良好な運動の可逆性を得ることができた。数学的取扱いはリニアアクチュエータを用いた場合に比べてさほど複雑にはならない。T行列からジョイント角の計算は式(1) (10) (11) (12)に基づき乗算36回、除算3回、加減算49回、他に関数の呼出し9回を行う。固定小数点を用いて計算し、平方根は繰返し計算で求め逆余弦は表を引く、合計の計算時間はMC68000クロック8MHzを用いて900μsに満たない。そのためサーボサイクル毎にエンドエフェクタの位置姿勢を位置制御の目標値として与えることのできるシステムが実現されている。

応用としては6自由度プラットフォームの他に、小形軽量の特徴をいかして、従来のマニピュレータの先に取付けて手首機構とすることが考えられる。今後の課題にはコンプライアンス制御が可能な制御システムの構築、冗長アクチュエータを用いた場合の解析、等がある。

〔謝辞〕 バラレルマニピュレータの製作に関し、第1号プロトタイプ機の製作を担当してもらった東京大学工

学部機械工学科藤田裕二技官、および、改良した第2号機の製作に御協力いただいた住友電気工業(株)研究開発本部システムエレクトロニクスの諸氏に深謝する。なお本研究は科学研究費補助金57,8年度一般研究C(57550143)および50,60年度一般研究B(59460094)のサポートのもとに行われた。

参考文献

- 1) Minsky, M., "Manipulator Design Vignettes", A Memo No.267, MIT AI Laboratory, 1972
- 2) McCallion, H. and Truong, P.D., "The Analysis of a Six-Degree-of Freedom Work station for Mechanised Assembly", Proc. 5th World Congress on Theory of Machines and Mechanisms, pp. 611-616, 1979
- 3) McCallion, H., Johnson, G.R. and Pham, D.T., "A Compliant Device for Inserting a Peg in a Hole", The Industrial Robot, pp. 81-87, June 1979
- 4) Paul, R.P., "Robot Manipulators: mathematics, Programming and Control", The MIT Press
- 5) Denavit, J. and Hartenberg, R.S., "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices", Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, pp. 215-221, 1955
- 6) 井上博允, "コンプライアンス制御機能を有するバラレル・マニピュレータの研究", 昭和59年度科学研究費補助金(一般研究(B))研究成果報告書(59460094), 1986



津坂祐司 (Yuji TSUSAKA)

昭和35年1月15日生れ。58年東京大学工学部機械工学科卒業、60年同大学大学院修士課程修了、現在同博士課程在学中。



井上博允 (Hirochika INOUE)

昭和17年7月5日生れ。40年東京大学工学部産業機械工学科卒業、45年同大学博士課程修了、工学博士。45年電子技術総合研究所入所、53年4月より同大学助教授工学部機械工学科、現在、同教授。知能ロボット総合システムの研究中。日本機械学会、情報処理学会、電子通信学会、計測自動制御学会、IEEE、ACMの会員。(日本ロボット学会正会員)



福泉武史

(Takeshi FUKUIZUMI)

昭和36年6月19日生れ。59年東京大学工学部機械工学科卒業、61年同大学機械工学専門課程修了課程修了。同年日本電気(株)入社。生産技術開発センターにおいて、生産情報システムの開発に従事。

Parallel Manipulator : Its Design and Mechanical Characteristics*

Yuji TSUSAKA** Takeshi FUKUIZUMI***
Hirochika INOUE****

ABSTRACT

Parallel manipulator has a unique structure whose six actuators constrain its end effector in parallel. A simple symmetrical design of the parallel manipulator leads to an octahedron, where a top triangle and a base triangle are connected by six length-controllable cylinders. Controlling the length of those cylinders, the top plate can be located at any position and orientation with respect to the base. This structure is fairly simple, but it has some practical problems concerning its working volume and the backdrivability of the mechanism. In order to solve those difficulties, our design employs three sets of pantograph link mechanism, each of which is driven by a couple of DC motors instead of linear actuators. It provides us a compact 6 DOF manipulator with high output/weight ratio. This report describes mechanical design, kinematic analysis, static force analysis and some mechanical characteristics. In addition it discusses the singular points of the parallel manipulator.

Key words : Parallel manipulator, Mechanical designs, Kinematics, Static forces, Singular points

* Received October 13 th, 1986

** The University of Tokyo, Graduate School

*** NEC Corp.

**** Department of Mechanical Engineering, The University of Tokyo