

〔原著論文〕

# 複数のロボット機構による 協調的あやつりの力学

中村仁彦\* 永井 清\* 吉川恒夫\*

本論文では、複数のロボットマニピュレータまたは多指ロボットハンドによる協調的あやつりの力学が議論される。協調的あやつりの問題は2つの局面に分けられる。1つは複数のロボット機構による合力を決定することであり、もう1つはそれらの間の内力を決定することである。合力は外力や環境拘束を受ける物体のあやつりに用いられる。内力は最大静止摩擦係数の不確かさや変動に適應するために用いられる。合力の決定に対して動的協調制御方式が提案される。また、最大静止摩擦の拘束の下で対象物に任意な加速度を発生する能力である協調的あやつり可能性を確認するための1方法が提案される。最後に、最適内力を最大静止摩擦の拘束を満たすために必要な最小ノルムの内力と定義し、最適解を求めるために非線形計画法が適用される。最適解は、それが存在する限り、最大  $\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^j C_i C_j$  組の代数方程式を解くことによって必ず求められる。

## 1. はじめに

複数台のロボットアームを協調させて1つの作業を行わせる協調制御はロボットアームをより高度な応用分野へ適用するうえで重要な技術となると考えられる。また、多自由度の指を複数備えたロボットハンドやそれによる把握やあやつりも、より細密な作業をロボットに課すために必要な機構であり、必要な制御技術である。これらは、本質的に同種の問題であり、複数のロボット機構による協調的あやつりとして統一的に論じられるべきものである。

ロボットアームの協調制御については、Nakano ら<sup>1</sup>が一方のアームをマスタ・マニピュレータとして位置制御し、他方をスレイブ・マニピュレータとして力制御する方法をとっている。また、黒野<sup>2</sup>は仮想目標値法でコンプライアンスに異方性をもたせることを、Mason<sup>3</sup>はマスタとスレイブの区別なしに両腕の発生すべき力を決定する方法を、内山<sup>4</sup>は保持力と復元力とからアームの発生すべき力を決定する方法をそれぞれ提案している。一方、高瀬<sup>5</sup>は複数の腕による協調的あやつりについて考察し、3本の腕の場合に各腕の位置の2変数を位置制御し、他の4変数を零を目標値とする力制御することを示唆している。

ロボットハンドによる把握やあやつりについては、弾性指に貯えられるポテンシャル・エネルギーを最小にする

把握方法が Hanafusa ら<sup>6</sup>によって提案されている。Salisbury<sup>7,8</sup>は関節指と対象物との接触条件を議論し、各指が対象物面の内向法線方向に正の成分をもつように内力を決定すべきことを示している。一方、Hanafusa ら<sup>9</sup>と Kobayashi<sup>10</sup>は指の自由度と接触点での自由度に基づいて、対象物を任意にあやつることができるための運動学的な必要十分条件を誘導している。最近では、Hanafusa ら<sup>11</sup>は3本指ハンドの各指が発生する内力がつくる力の三角形の面積の平方根を握力の大きさと定義し、これと静止摩擦係数を考慮して最適握力を求めるための評価関数を与えている。一方、Kerr ら<sup>12</sup>は静止摩擦による制約を線形近似し、指の関節の発生トルクの制約と合わせて、線形計画問題に帰着させ、シンプレックス法によって最適内力を求めることを提案している。

本論文では、複数のロボットの腕や指が対象物に加える合力と内力を陽に記述することにより、協調的あやつりの力学理論を展開する。合力や内力については次節以下で明確な定義を与えるが、直観的には、合力は全ての腕や指の発生する力ベクトルの和であり、これが対象物の運動に直接寄与する。一方、内力は各腕や指の発生する力のうち、腕や指全体で打ち消し合い合力にはあらわれない成分である。はじめに、合力による対象物の運動制御の観点から、対象物の動特性を考慮に入れた協調的あやつりを論じる。これは従来この分野で多くとられてきたコンプライアンス制御<sup>2,4,6</sup>の自然な一般化であり、ロボットアームの制御で近年確立されつつある動的力制御<sup>13,14</sup>の拡張でもある。次に、協調的あやつりを行うた

原稿受付 1986年4月28日

\* 京都大学工学部オートメーション研究施設

めに各腕や指の発生すべき力の分配を議論する. ここで  
の中心の問題は内力となる力成分の決定である. Hana-  
fusa ら<sup>11)</sup>や Kerr ら<sup>12)</sup>の内力決定法によれば, 指の発  
生可能な力が大きければ大きいほど, 大きな内力を与え  
る. しかし, 過大な内力はこわれ易い対象物の把握に適  
切でないばかりでなく, 微小な位置誤差によっても重心  
まわりに大きなモーメントを生じる安定度の低い把握形  
態であると考えられる. 本論文では, 安全率を見込んだ  
最大静止摩擦力の範囲で, できるだけ小さな内力を最適  
内力とすることを提案し, これを2次形式の非線形計画  
問題に帰着させる.  $m$ 本の腕または指に対して, 最適解  
が存在する場合には最大  $\sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^j C_i$  ( $m=3$ のときには14)  
組の代数方程式を解くことにより, 必ず求めることがで  
きる.

2. 複数のロボット機構による協調的  
あやつり

2.1 記 号

- $o_0-x_0y_0z_0$ : 絶対座標系
- $o-xyz$ : 対象物の重心位置に固定された対象物座標  
系
- $r \in R^3$ : 絶対座標系原点から対象物重心へ向かうベ  
クトル (m)
- $\omega \in R^3$ : 対象物の回転角速度ベクトル (rad/s)
- $m_0$ : 対象物の質量 (kg)
- $I \in R^{3 \times 3}$ : 対象物座標系で表わされた対象物の慣性テ  
ンソル ( $kgm^2$ )
- $p_i \in R^3$ : 対象物座標系の原点からみた第  $i$  番目の腕  
または指の接触点の位置 (m)
- $f_i \in R^3$ : 第  $i$  番目の接触点で対象物に加えられる力  
(N)
- $n_i \in R^3$ : 第  $i$  番目の接触点で対象物に加えられるモ  
ーメント (Nm)

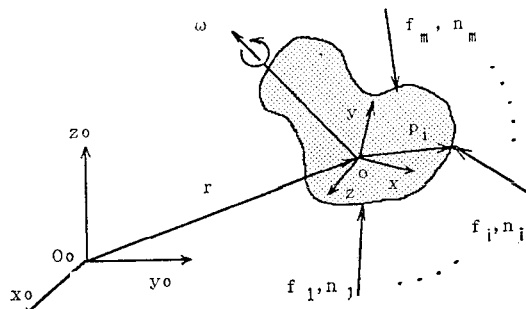


Fig.1 Mathematical model of coordinative  
manipulation

$\mu_i$ : 第  $i$  番目の腕または指と対象物との間の最  
大静止摩擦係数

$r_i \in R^3$ : 絶対座標系の原点からみた第  $i$  番目の接触  
点の位置 (m)

$\tau_i \in R^{k_i}$ : 第  $i$  番目の腕または指の一般化駆動力

$k_i$ : 第  $i$  番目の腕または指の自由度数

$E_i \in R^{i \times i}$ : 単位行列

$g \in R^3$ : 重力加速度 (m/s<sup>2</sup>)

ベクトルは特に指摘する場合を除いて対象物座標系で  
記述されているとする.

2.2 基礎方程式の導出

Fig. 1 のように, 剛体の対象物を  $m$  本の腕または指  
で協調的にあやつる問題の基礎方程式を誘導する. 対象  
物に加わる外力の合力  $f_0$  と外モーメントの合モーメント  
 $n_0$  は次式で表わされる.

$$f_0 = \sum_{i=1}^m f_i + m_0 g \tag{1}$$

$$n_0 = \sum_{i=1}^m n_i + \sum_{i=1}^m p_i \times f_i \tag{2}$$

したがって, 対象物の運動は次のニュートンの方程式と  
オイラーの方程式で表わされる.

$$m_0 \ddot{r} = f_0 \tag{3}$$

$$I \dot{\omega} + \omega \times (I \omega) = n_0 \tag{4}$$

問題を見通し良くするために, 対象物と腕または指の  
接触条件に関して次のような2つの仮定をおく.

- i) 腕または指は対象物と摩擦あり点接触を行う.
- ii) 腕または指が対象物から離れたり対象物面上を滑  
ったりしない限り, 接触点は移動しない.

ii) の仮定は腕または指の先端の広がりが無視できる  
ことを意味している. 先端の広がりが無視できない場合  
には, 転がりによる接触点の移動が起こり非ホロノミック  
な拘束を受けた運動となるため, 取り扱いが複雑になる.  
この問題は Kerr ら<sup>12)</sup>によって詳しく議論されている.

仮定 i) より  $n_i = 0$  ( $i=1, \dots, m$ ) となるから, (1)  
~(4) 式は次の式でまとめられる.

$$I_0 \ddot{\phi} + Q_0 = Q \tag{5}$$

$$\ddot{\phi} \triangleq [\dot{\gamma}^T \dot{\omega}^T]^T \in R^6$$

$$I_0 \triangleq \begin{bmatrix} m_0 E_3 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \in R^{6 \times 6}$$

$$Q_0 \triangleq [-m_0 g^T \{ \omega \times (I \omega) \}^T]^T \in R^6$$

ただし,

$$Q = W F \in R^6 \tag{6}$$

$$F \triangleq [f_1^T f_2^T \dots f_m^T]^T \in R^{3m}$$

$$W \triangleq \begin{bmatrix} E_3 E_3 \dots E_3 \\ P_1 P_2 \dots P_m \end{bmatrix} \in R^{6 \times 3m}$$

$$P_i \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -p_{i3} & p_{i2} \\ p_{i3} & 0 & -p_{i1} \\ -p_{i2} & p_{i1} & 0 \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3}$$

であり、 $p_i = [p_{i1} \ p_{i2} \ p_{i3}]^T$  である。

### 2.3 最大静止摩擦力による拘束

対象物表面の形状は次式で表わされるとする。

$$s(x, y, z) = 0 \quad (7)$$

ただし、 $s(x, y, z) > 0$  が対象物内部を表わすように符号を定めることとし、接触点  $p_i$  ( $i=1, \dots, m$ ) において空間的に1回微分可能であるとする。このとき

$$e_{Ni} \triangleq \text{grad } s(p_i) / \|\text{grad } s(p_i)\| \in R^3 \quad (8)$$

は接触点  $p_i$  における内向単位法線ベクトルとなる。ここで  $\|\cdot\|$  はユークリッドノルムを表わす。

第  $i$  番目の接触点において対象物に加えられる力は最大静止摩擦力により次のような拘束を受ける。

$$e_{Ni}^T f_i \geq \eta_i \|f_i\| \quad (9)$$

ただし、 $\eta_i = 1/\sqrt{1 + \mu_i^2}$  である。

### 2.4 動的協調制御

対象物の目標とする軌道が  $\phi_d(t) \in R^6$  であたえられるとしよう。このとき、合力

$$Q = Q_0 + I_0 \{ \ddot{\phi}_d + K_1(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) + K_2(\phi_d - \phi) \} \quad (10)$$

を対象物に加えることができれば、(5)、(10)式より対象物の運動  $\phi(t)$  は次式に支配されることになる。

$$d^2/dt^2(\phi - \phi_d) + K_1 d/dt(\phi - \phi_d) + K_2(\phi - \phi_d) = 0 \quad (11)$$

ここで、 $K_1, K_2 \in R^{6 \times 6}$  は定数行列で (11) 式の漸近安定性を保証するものとする。このとき  $\phi(t)$  は  $\phi_d(t)$  へ収束する。 $\phi$  は (5) 式中で加速度  $\ddot{\phi}$  によって定義されており、 $\phi$  の位置成分は  $r$  となるが姿勢成分は  $\int_{t_0}^t \omega dt$  となり、その物理的な意味が理解しにくい。しかしながら、対象物の姿勢を3行3列の直交行列で表現する方法を並用するならば、その微分をとることにより  $\omega, \dot{\omega}$  を求めることができ、目標とする姿勢行列との差から  $\phi_d - \phi$  の姿勢成分を計算できる<sup>10)</sup>。

(10)、(11)式のような制御系の構成法はロボットアームの軌道制御にしばしば用いられている<sup>5,15,16)</sup>。このうち高瀬<sup>5)</sup>は対象物の構造的な動特性を考慮して束縛下の運動を論じ、複数の腕による単一物体のあやつりに言及している。しかし、3本の腕の場合に、各腕の位置の2変数を位置制御とし、他の4変数を零を目標値とする力制御とすることを示唆するにとどまっておらず、黒野<sup>2)</sup>による各腕の設定コンプライアンスに異方性をもたせるあやつり方法の延長上にあるものと思われる。ここで提案している(5)、(10)式による方法は合力によって対象物をあやつる点に特徴があり、ロボットハンドの制御においては、対象物の動的なあやつりの実現という結果

以外に、次のような力学的な意味をもっている。

ロボットハンドによる把握には、対象物の外部環境との干渉の際に過大な力を生じないように、あるいは過大な力で対象物を把握しないように、コンプライアンス制御<sup>17)</sup>を行うことが多い。しかしながら、コンプライアンス制御の安定性は系内部のダンピングに頼るだけで安定性の議論が十分には行われていないように思われる。(10)、(11)式において  $K_2$  は剛性行列を意味しており、 $K_1$  と組み合わせることにより安定性を保証しながら任意な剛性を与えることができる。例えば、 $K_1 = \text{diag.}(2\zeta\omega_i)$ 、 $K_2 = \text{diag.}(\omega_i^2)$  とすれば、全ての方向に同じ減衰  $\zeta$  を与えたままに剛性行列に異方性をもたせることができる。

さらに、(10)、(11)式は従来の指の制御<sup>6,9,10)</sup>のように各指をコンプライアンス制御して対象物のコンプライアンスを得るのではなく、対象物のコンプライアンスを陽に記述している点に注目されたい。これによって各腕または指の制御に自由度が残されることになり、その結果、対象物にはたらく内力を小さく保ったままで、外力に対して大きな剛性をもつ把握形態を実現することなどが可能になる。これについては4章で詳述する。

### 2.5 位置制御と力制御の方向に関する考察

対象物を連続的にあやつるためには、継続して対象物に力を発生し続けることが要求される。このため腕または指は、力の制御と同時に対象物から離れないように位置制御されなければならない。Fig. 1より接触点は絶対座標系に対して次式のような加速度をもつ。

$$\ddot{r}_i = \ddot{r} + \dot{\omega} \times p_i + \omega \times (\omega \times p_i) \quad (12)$$

$\ddot{r}, \dot{\omega}$  は (10) 式の一般化合力によって生じると予想される対象物の加速度であり、次式で計算される。

$$[\ddot{r} \ \dot{\omega}^T]^T = \ddot{\phi} = \ddot{\phi}_d + K_1(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) + K_2(\phi_d - \phi) \quad (13)$$

第  $i$  番目の腕または指が対象物と接していないときに加速度  $\ddot{r}_i$  を発生するために必要な駆動力を慣性モーメント、コリオリ力、遠心力、重力などを考慮して計算したものを  $\tau_{ip}$  とし<sup>15,16)</sup>、第  $i$  番目の腕または指が静的な状態で対象物に  $f_i$  を加えるために必要な駆動力、すなわち第  $i$  番目の腕または指のヤコビ行列の転置行列を  $f_i$  に乗じたものを  $\tau_{if}$  とする。このとき、対象物を連続的にあやつるために必要な第  $i$  番目の腕または指の駆動力  $\tau_i$  はダランベールの原理より  $\tau_{ip}$  と  $\tau_{if}$  の和として求められる<sup>13,14)</sup>。したがって、協調的あやつりの制御系は Fig. 2 のような構造となる。

このように、各腕または指は (10) 式の一般化合力を生じるために必要な力を発生させることと、(12) 式の先端の加速度を発生させることを同時に要求される。このとき力制御によって腕または指の先端が仕事をすこ

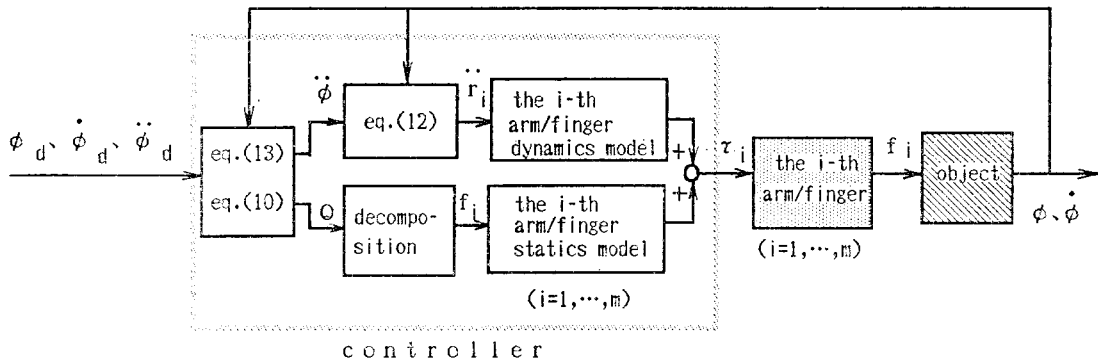


Fig. 2 Block diagram of coordinative manipulation

ともあり、仕事をしない拘束方向に力制御をする、いわゆる Hybrid Position/Force Control<sup>3,13,14,15)</sup>とは構造的に異なる制御系となる。このことは同一方向の位置指令と力指令の任意な組み合わせが力学的に実現可能であることを意味しているのではないことに注意されたい。(10), (12), (13) 式のように位置制御は、力制御の結果生じる対象物の運動と矛盾しない軌道を目標とするように拘束を受けている。したがって、本質的には力制御であるとみなすべきであろう。

以上より、単一のロボットアームの場合も含めて、力制御に関して次の命題がなりたつ。

#### 命題 1.

ロボットの腕または指の先端が仕事をする方向に力制御される場合には、その結果生じる対象物の運動と矛盾しないような軌道を目標とする位置制御も同一方向に行わなければならない。

Fig. 2 の制御系では位置と力に関してともにフィードフォワード制御になっている。これは対象物やロボットの動特性が正確にモデル化されている理想的な場合に対する構成である。一般には、モデル化誤差に対処するために位置・力制御ともに PI あるいは PID などのフィードバック補償のループが必要である<sup>13,15)</sup>。この場合、力制御の方向と同一方向の位置制御に対するフィードバック補償ループは力制御を乱す可能性があり、このループを導入すべきかどうかについては理論的・実験的にさらに検討が必要である。

### 3. 協調的あやつり可能性

『対象物を任意にもやつることができるかどうか?』は協調的あやつりの基本的な問題である。本章では、各腕または指が (9) 式のような最大静止摩擦力による拘束の下で任意な加速度  $\ddot{\phi}$  を生成できるかどうかを調べるための一方法を示す。ここでは各腕または指の発生する力  $f_i$  は (9) 式以外には何ら制限を受けないものとす

る。

対象物の質量は正で、慣性テンソルは正定値であるから (5) 式において、任意な  $Q$  を発生できることが任意な  $\ddot{\phi}$  を生成できることと等価である。いま、線形独立な 2 つの合力  $Q^1$  と  $Q^2$  がそれぞれ (9) 式の拘束の下で発生できるとしよう。

$$Q^j = WF^j \quad \text{for } j=1, 2 \quad (14)$$

$$F^j = [f_1^{jT} f_2^{jT} \dots f_m^{jT}]^T \in R^{3m}$$

$$e_{Ni}^T f_i^j \geq \eta_i \|f_i^j\| \quad (15)$$

$$\text{for } i=1, \dots, m \quad j=1, 2$$

このとき、任意な非負のスカラ  $k_1, k_2$  に対して

$$Q^0 = k_1 Q^1 + k_2 Q^2 \quad (16)$$

もまた発生可能であることは次のようにして示すことができる。  $F^0$  を次のようにおく。

$$F^0 \triangleq k_1 F^1 + k_2 F^2 = [f_1^{0T} f_2^{0T} \dots f_m^{0T}]^T \quad (17)$$

$F^0$  が最大静止摩擦力の拘束の下で発生可能であることは、(15) 式を用いた次の不等式の変形により示すことができる。

$$\begin{aligned} e_{Ni}^T f_i^0 &= e_{Ni}^T (k_1 f_i^1 + k_2 f_i^2) \\ &\geq \eta_i (k_1 \|f_i^1\| + k_2 \|f_i^2\|) \\ &\geq \eta_i (k_1 \|f_i^1\| + k_2 \|f_i^2\|) \\ &= \eta_i \|f_i^0\| \end{aligned} \quad (18)$$

$F^0$  が対象物に合力  $Q^0$  を与えることは (14), (16), (17) 式より自明であろう。

以上より、次の命題が導かれる。

#### 命題 2.

$Q^j (j=1, \dots, 6)$  を 6 つの線形独立な合力とする。このとき、 $Q^j$  と  $-Q^j (j=1, \dots, 6)$  が最大静止摩擦力の制限の下で発生可能ならば、対象物に任意な加速度を与えることができる。

上の命題より、12 個の合力ベクトルが発生可能かどうかを調べるにより、協調的あやつり可能性を確認することができる。対象物に加わる外乱に対するためには、対象物に腕または指が任意な加速度を発生できるこ

とが重要であり、命題2は対象物面上の接触点を選ぶ際の一つの基準とすることができる。合力  $Q^j$  の発生可能性は次章で議論する。なお、線形独立な  $Q^j (j=1, \dots, 6)$  が発生可能であるためには、(14)式において  $W$  がフルランクであることが必要条件である。

#### 4. 最適内力の決定

##### 4.1 協調的あやつりの内力

多指ロボットハンドによる把握・あやつりにおける内力は、(6)式の関係に基づいて数学的に議論され、行列  $W$  の零空間の要素となる  $F$  として定義されている<sup>7-10,12)</sup>。本節では、力学的に内力を定義し、これが従来の数学的な定義と等価であることを示すことにより、内力の力学的な意味を明確にする。

協調的あやつりの内力を次のように定義する。

##### 定義 1.

対象物の任意な仮想変位に対して、腕または指の先端のおこなう仮想仕事の総和を零とする  $f_i$  の組を協調的あやつりの内力という。

いま各腕または指の先端が対象物に力  $f_i (i=1, \dots, m)$  を加えているとしよう。対象物の仮想変位を  $\delta\phi = [\delta r^T \delta\phi^T]^T$  とおく。ここで  $\delta\phi \in R^3$  は物体の姿勢に関する仮想変位であり、 $\dot{\phi} = \omega$  である。  $m$ 本の腕または指の行う仮想仕事の総和  $\delta w$  は次式のようになる。

$$\delta w = \sum_{i=1}^m (\delta\phi \times p_i + \delta r)^T f_i \quad (19)$$

(19)式を整理して次式を得る。

$$\delta w = \delta\phi^T W F \quad (20)$$

任意な  $\delta\phi$  に対して仮想仕事の総和を零とするためには、 $F$ は次式を満たすことが必要十分である。

$$W F = 0 \quad (21)$$

(21)式は、従来の数学的な内力の定義と上の力学的な定義が等価であることを示している。

##### 4.2 最適内力

Hanafusa<sup>9)</sup>や Kerr<sup>12)</sup>は指先の発生できる力の最大値や指の関節の発生できるトルクの最大・最小値を考慮して最適内力を決定することを提案している。これによれば、大きな力やトルクを発生できるハンドであればあるほど、大きな内力を加えることになる。これは最大静止摩擦係数の不確かさや変動に対するためであると思われる。しかしながら、過大な内力はこわれ易い対象物の把握には適切でない。また、対象物と腕または指の相対位置の微小なずれによって、対象物の重心まわりに大きなモーメントを生じさせることになり、安定な把握という観点からも望ましくない。そこで、次のように最適腕(指)力と最適内力を定義する。

##### 定義 2.

最大静止摩擦力による拘束((9)式)の下で、合力  $Q$  を作るための最小ノルムの  $F$  を最適腕(指)力、最適腕(指)力を与える内力を最適内力と呼ぶ。

最大静止摩擦係数の不確かさや変動に対応するためには、最大静止摩擦係数の推定値  $\mu_{ei} (i=1, \dots, m)$  に対して、安全率  $a (a \geq 1)$  を見込んだ。

$$\mu_{ai} = (1/a) \mu_{ei} \quad (22)$$

を最大静止摩擦係数と見なし、 $\mu_i = \mu_{ai}$  として最適内力を求めればよい。また、与えられた合力  $Q$  に対して最適内力が存在するときのみ最大静止摩擦力の拘束の下で  $Q$  が発生可能であるから、3章で示した命題2にしたがって協調的あやつり可能性を調べる場合には、線形独立な  $Q_j (j=1, \dots, 6)$  に対して  $\pm Q_j$  の12個の合力の最適内力の存在を確認すればよい。

2章で述べた動的協調制御により外力に対する対象物の剛性を任意に設定することができ、最大静止摩擦係数に安全率を見込んだ最適内力により摩擦力の不確かさや変動に影響されにくい把握形態をとることができる。両者を適切に並用すれば、滑り易い対象物を外力に対して低い剛性で把持したり、こわれ易い対象物を外力に対して高い剛性で把持するなど、従来の腕または指毎のコンプライアンス制御では困難であり、われわれが指で物体をあやつる際にも細心の注意を要するようなあやつりをロボットの腕や指で実現することが可能となる。

##### 4.3 非線形計画法の適用

最適内力決定問題は次のように定式化される。すなわち、与えられた一般化合力  $Q$  に対して

$$Q = W F \quad (23)$$

$$e_{Ni}^T f_i \leq \eta_i \|f_i\| \quad (24)$$

の制限の下で、

$$\min \|F\| \quad (25)$$

を与える内力および、そのときの  $F$  を求める問題である。

(23)式を満たす  $F$  が存在するとき<sup>\*1)</sup> (23)式は次式と等価である。

$$F = F_0 + A y, \quad y \in R^b \quad (26)$$

$$F_0 \triangleq W^* Q = [f_{01}^T \dots f_{0m}^T]^T, \quad f_{0i} \in R^3$$

$$A \triangleq [A_1^T \dots A_m^T]^T, \quad A_i \in R^{3 \times b}$$

ここで  $W^* \in R^{3m \times 6}$  は  $W$  の疑似逆行列<sup>19)</sup>であり、 $A$ は  $W$  の零空間の正規直交基底を並べた行列である<sup>\*2)</sup>。  $b$ は零空間の次元であり、 $b = 3m - \text{rank } W$  となる。(26)式右辺の第1項は  $W$  の零空間の直交補空間の要素であり、

\*1) (23)式を満たす  $F$  の存在は、 $(E_{3m} - W W^*) Q = 0$  の成立を調べることにより確認できる。

\*2)  $A$ は  $(E_{3m} - W^* W)$  の線形独立な列ベクトルを取り出して正規直交化したものを並べて作ることができる。

第2項は零空間の要素であるから、第2項がFの内力となる成分を表わしている。このとき、(24)式の制限は次のような2m個の不等式に変換できる。

$$g_i(y) \leq 0 \quad (i=1, \dots, 2m) \quad (27)$$

$$g_i(y) \triangleq \begin{cases} (f_{0i} + A_i y)^T B_i (f_{0i} + A_i y) \\ \quad B_i \triangleq \eta_i^2 E_3 - e_{N_i} e_{N_i}^T \\ \quad (i=1, \dots, m) \\ -e_{N(i-m)}^T (f_{0(i-m)} + A_{i-m} y) \\ \quad (i=m+1, \dots, 2m) \end{cases}$$

また、(25)式も次式で置き換えることができる。

$$\max_y h(y) \quad (28)$$

$$h(y) \triangleq -(F_0 + Ay)^T (F_0 + Ay)$$

(27), (28)式より、最適内力決定問題は1次および2次の不等式条件をもつ2次関数の最大化問題に帰着された。

最適内力を与えるyを求めるために、ラグランジュ乗数法による非線形計画法<sup>20)</sup>の次の結果を利用する。

$\lambda = [\lambda_1 \dots \lambda_{2m}]^T \in R^{2m}$  をラグランジュ乗数とし、関数  $\epsilon(y, \lambda)$  を作る。

$$\epsilon(y, \lambda) = h(y) - \sum_{i=1}^{2m} \lambda_i g_i(y) \quad (29)$$

このとき、 $g_i(y) \leq 0$  の制限の下で  $y^0$  が  $h(y)$  の局所的最大を与えるための必要条件は、 $\lambda^0 \geq 0$  ( $\lambda^0 = [\lambda_1^0 \dots \lambda_{2m}^0]^T$ ,  $\lambda_i^0 \geq 0, i=1, \dots, 2m$ ) に対して次の各式が満足されることである<sup>23)</sup>。

$$[\partial \epsilon / \partial y]_{y=y^0, \lambda=\lambda^0} = 0 \quad (30)$$

$$[\partial \epsilon / \partial \lambda]_{y=y^0, \lambda=\lambda^0} \geq 0 \quad (31)$$

$$[(\partial \epsilon / \partial \lambda) \lambda]_{y=y^0, \lambda=\lambda^0} = 0 \quad (32)$$

$\epsilon(y, \lambda)$  がyについての凹関数の場合には、(30)~(32)式の条件は大域的最大を与えるための必要十分条件となる<sup>20)</sup>。次節で証明するように最適内力決定問題では、 $\epsilon(y, \lambda)$  はyについての凹関数となり、(30)~(32)式は  $h(y)$  の大域的最大を与える必要十分条件となる。

4.4  $\epsilon(y, \lambda)$  の凹性の証明

$g_i(y), h(y)$  を(29)式に代入し、 $F_0$  と  $Ay$  が直交することを考慮して整理すれば次式を得る。

$$\epsilon(y, \lambda) = -y^T A^T (B_0 + E_{3m}) Ay - (2F_0^T B_0 + e_{N_0}^T) Ay - F_0^T (B_0 + E_{3m}) F_0 + e_{N_0}^T F_0 \quad (33)$$

$$B_0 \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_1 B_1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \lambda_m B_m \end{bmatrix} \in R^{3m \times 3m}$$

$$e_{N_0} \triangleq [\lambda_{m+1} e_{N_1}^T \dots \lambda_{2m} e_{N_m}^T]^T \in R^{3m}$$

(33)式のような2次関数の凹性は、2次の項の負定値性を示すことにより証明することができる。

<sup>23)</sup> 三根<sup>20)</sup>の定理3.7.1から、最適内力決定問題に不必要な  $y \geq 0$  の制限を取り除いたものである。証明は文献を参照されたい。

(33)式の2次の項は次のように展開することができる。

$$-\sum_{i=1}^m y^T A_i^T \{(1 + \eta_i^2) E_3 - e_{N_i} e_{N_i}^T\} A_i y \quad (34)$$

$\{(1 + \eta_i^2) E_3 - e_{N_i} e_{N_i}^T\}$  の正定値性は次式より明かである。

$$a^T \{(1 + \eta_i^2) E_3 - e_{N_i} e_{N_i}^T\} a = (|a|_1^2 - \|e_{N_i}^T a\|^2) + \eta_i^2 |a|_1^2 \quad (35)$$

$$= \begin{cases} > 0 & \text{for } a \neq 0 \in R^3 \\ 0 & \text{for } a = 0 \in R^3 \end{cases}$$

したがって(34)式はyに関して非正定値である。(34)式が零になるのは、すべてのiに対して  $A_i y = 0$  となる場合、すなわち  $Ay = 0$  となる場合だけである。AはWの零空間の正規直交基底を並べたものであるからフルランクとなり、(34)式を零とするのは  $y = 0$  のときだけである。よって(34)式はyに関して負定値となり、 $\epsilon(y, \lambda)$  の凹性が証明できた。

4.5 最適内力の計算

(30)~(32)式にしたがって最適内力を計算する手順を具体的に示そう。(33)式を(30)式に代入することにより

$$y^0 = -\{A^T (B_0 + E_{3m}) A\}^{-1} A^T (B_0 F_0 - 1/2 e_{N_0}) \quad (36)$$

を得る。(33)式右辺第1項の負定値性より、 $A^T (B_0 + E_{3m}) A$  の正則性は保証されている。(31)式は(27)式の不等式と同じ条件である。また、(32)式の条件は

$$\sum_{i=1}^{2m} \lambda_i^0 g_i(y^0) = 0 \quad (37)$$

となる。 $\lambda_i^0 \geq 0, g_i(y^0) \leq 0$  であるから(37)式は

$$\lambda_i^0 \begin{cases} = 0 & \text{for } g_i(y^0) < 0 \\ \geq 0 & \text{for } g_i(y^0) = 0 \end{cases} \quad (38)$$

$$(i=1, \dots, 2m)$$

と等価である。 $\lambda_i^0$  は不等式制限の内部にあるiに対しては零となり、 $\lambda_i^0 > 0$  となるのは不等式制限の境界上にあるiに対してのみであることを表わしている。

$g_i(y^0) \leq 0 (i=m+1, \dots, 2m)$  の条件が境界上で満たされるのは  $f_{i-m} = 0$  のときのみである。したがって、 $f_{i-m} \neq 0 (i=m+1, \dots, 2m)$  のとき、 $g_i(y^0) \leq 0$  の条件は境界上でなく内部で満たされなければならない。このとき、 $\lambda_{i_0} = 0 (i=m+1, \dots, 2m)$  より(36), (38)式は次のように簡単になる。

$$y^0 = -\{A^T (B_0 + E_{3m}) A\}^{-1} A^T B_0 F_0 \quad (39)$$

$$\lambda_i^0 \begin{cases} = 0 & \text{for } g_i(y^0) < 0 \\ \geq 0 & \text{for } g_i(y^0) = 0 \end{cases} \quad (i=1, \dots, m)$$

$f_i \neq 0 (i=1, \dots, m)$  を仮定するとき、最適内力および最適腕(指)力は次の手順にしたがって計算される<sup>24)</sup>。

- 1)  $k=0$

2)  $j=1$

3)  $k$  個の腕または指が発生する力が制限の境界上にあることを仮定する。  $mC_k$  個の組み合わせのうち、未確認の組み合わせを選ぶ。制限の内部にあると仮定した  $m-k$  個の腕または指に対して  $\lambda_i^0=0$  とおき、(39) 式により  $y^0$  を求める。制限の境界上にあると仮定した腕または指に対する  $k$  個の方程式  $g_i(y^0)=0$  ( $1 \leq i \leq m$ ) を解いて残りの  $\lambda_i^0$  を求める。

4) 求めた  $k$  個の  $\lambda_i^0$  が、 $\lambda_i^0 \geq 0$  および (27) 式の  $2m$  個の不等式を満たすならば、ステップ 7 へ。

5)  $j=mC_k$  かつ  $k < m$  ならば、 $k+1 \rightarrow k$  としてステップ 2 へ。  $j=mC_k$  かつ  $k=m$  ならば、ステップ 8 へ。

6)  $j+1 \rightarrow j$  としてステップ 3 へ。

7)  $\lambda_i^0$  ( $i=1, \dots, m$ ) を (39) 式に代入して  $y^0$  を求める。  $Ay^0$  が最適内力である。  $y^0$  を (26) 式に代入して最適腕(指)力が求まる。終了。

8) 制限を満たす範囲で、一般化合力  $Q$  を生成することはできない。終了。

したがって、 $f_i \neq 0$  を仮定しない一般の場合の計算は上の手順を用いて次のように表わされる。

1)  $m'=m$

2)  $j=1$

3)  $m$  個の腕または指のうち  $m'$  個が  $f_i \neq 0$ 、残りの  $m-m'$  個が  $f_i=0$  であることを仮定する。このような仮定を満たす  $mC_{m'}$  個の組み合わせのうち、未確認の組み合わせを 1 つ選ぶ。  $f_i=0$  を仮定した全ての腕または指が  $f_{0i} \in \mathcal{R}(A_i)$  ( $\mathcal{R}(A_i)$  は  $A_i$  の値域空間) を満たすかどうか調べ、満たさないときにはステップ 5 へ\*5)。

4)  $f_i \neq 0$  を仮定した  $m'$  個の腕または指に対して、先述の最適内力および最適腕(指)力の計算手順を適用する。最適解が求まればステップ 7 へ。求まらなければ次のステップ 5 へ。

5)  $j=mC_{m'}$  かつ  $m' > 1$  ならば、 $m'-1 \rightarrow m'$  としてステップ 2 へ。  $j=mC_{m'}$  かつ  $m'=1$  ならばステップ 8 へ。

6)  $j+1 \rightarrow j$  としてステップ 3 へ。

7)  $f_i \neq 0$  を仮定した  $m'$  個の腕または指に対する最適内力と最適腕(指)力が求まった。  $f_i=0$  を仮定した  $m-m'$  個に対しては、 $-f_{0i}$  が最適内力、 $f_i=0$  が最適腕(指)力となる。終了。

\*4)  $f_i \neq 0$  を仮定したにもかかわらず、 $f_i=0$  を含む解が最適解として得られることがある。これは  $g(y_0)=0$  のときにも  $\lambda_i^0=0$  となることがあるためであり、最適解として問題ない。

\*5) (26) 式より  $f_i=0$  となるのは  $f_{0i} \in \mathcal{R}(A_i)$  のときのみであるから、これが満たされない場合にはステップ 4 を省略することができる。

8) 制限を満たす範囲で、一般化合力  $Q$  を生成することはできない。終了。

以上のように、最適内力の計算には最大  $\sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^j C_i$  ( $m=3$  の場合には 14) 組の代数方程式を解かなければならない。しかしながら実際には、ある腕または指が  $f_i=0$  を満たす場合、すなわち、その腕または指が必ずしも必要でなく、かつ  $f_i \neq 0$  では必ず  $F$  のノルムを大きくしてしまう場合は極めてまれである。また複数の腕または指の発生する力が同時に制限の境界上にあることもまれであり、解が存在するときにはほとんどの場合において、 $mC_0+mC_1$  組の内最適解が得られると考えられる。

### 5. 数値例

最適内力決定問題の数値例を示そう。Fig. 3 に示すような、4 種の対象物を重力に抗する合力を加えて把握する 2 次元の問題を考える。座標系は各対象物の重心に固定されており、鉛直上向き方向に  $y$  軸、これと直交して右手系をなすように  $x$  軸をとる。接触点はいずれも  $x$  軸上の 2 点とした。最大静止摩擦係数は  $\mu_i = \sqrt{3}$  ( $i=1, 2$ ) とした。これは摩擦角を 60 度としたことになる。

Table 1 に各対象物に関する定数行列・ベクトルの数値を示し、ラグランジュ乗数を含む  $y^0$  および最適腕(指)力の式を Table 2 に示した。これらに基づいて、4.5 節の手順にしたがって最適内力等を計算した結果が Table 3 である。Table 3 で  $\alpha_i$  は  $e_{Ni}$  と  $f_i^0$  のなす角であり、 $\alpha_i = \cos^{-1}(e_{Ni}^T f_i^0 / \|f_i^0\|)$  として計算した。Table 3 より次のことがわかる。

i) Object A に対しては、 $f_1$  が制限の境界上、 $f_2$  が制限内になるように最適内力が決定されている。

ii) Object B に対しては、最適内力が存在せず把握不能である。

iii) Object C に対しては、内力を零としたままで把握可能である。

iv) Object D に対しては、 $f_1, f_2$  が共に制限の境界上になるように最適内力が決定される。

2 本の腕または指による 2 次元の問題では、 $g_i(y^0) = 0$  ( $1 \leq i \leq m$ ) は 2 次方程式になる。一般の 3 次元問題では、 $2b$  次方程式 ( $b$  は  $W$  の零空間の次元) となり、3 本の腕または指の場合でさえ通常 6 次の高次方程式となる。したがって、これを解くには数値的な解法によらざるをえない。この場合、 $\lambda_i \geq 0$  の条件は解の探索領域を限るのに役立つと考えられる。

### 6. おわりに

複数のロボットの腕または指により対象物を協調的に

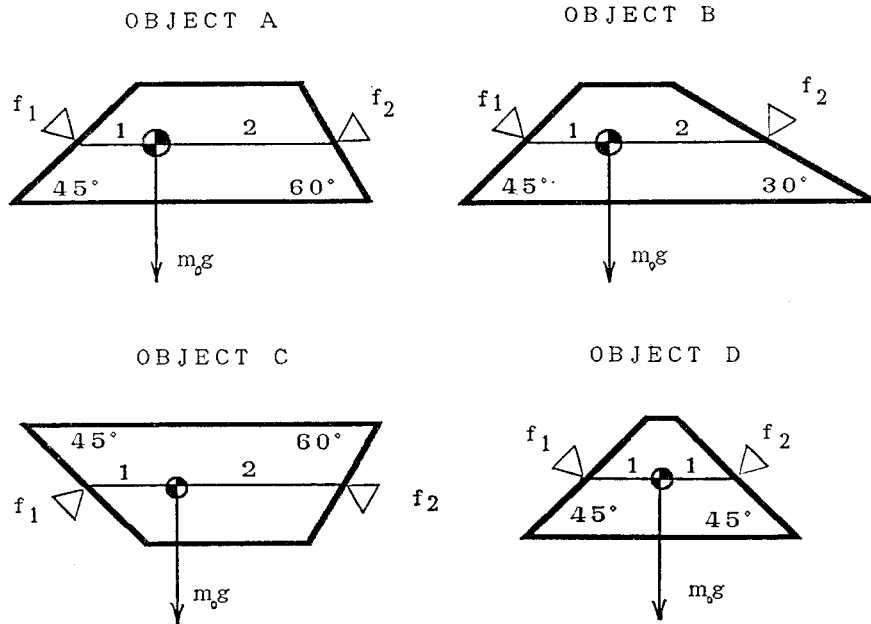


Fig. 3 Two dimensional objects

Table 1 Numerical values of matrices and vectors

	OBJECT A	OBJECT B	OBJECT C	OBJECT D
$p_1^T$	-1 0	←	←	←
$p_2^T$	2 0	←	←	1 0
$e_{N1}^T$	$\sqrt{2}/2$ $-\sqrt{2}/2$	←	$\sqrt{2}/2$ $\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$ $-\sqrt{2}/2$
$e_{N2}^T$	$-\sqrt{3}/2$ $-1/2$	$-1/2$ $-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/2$ $1/2$	$-\sqrt{2}/2$ $-\sqrt{2}/2$
$B_1$	$-1/4$ $1/2$ $1/2$ $-1/4$	$-1/4$ $1/2$ $1/2$ $-1/4$	$-1/4$ $-1/2$ $-1/2$ $-1/4$	$-1/4$ $1/2$ $1/2$ $-1/4$
$B_2$	$-1/2$ $-\sqrt{3}/4$ $-\sqrt{3}/4$ $0$	$0$ $-\sqrt{3}/4$ $-\sqrt{3}/4$ $-1/2$	$-1/2$ $\sqrt{3}/4$ $\sqrt{3}/4$ $0$	$-1/4$ $-1/2$ $-1/2$ $-1/4$
$W$	1 0 1 0 0 1 0 1 0 -1 0 2	←	←	1 0 1 0 0 1 0 1 0 -1 0 1
$W^*$	$1/2$ 0 0 0 $2/3$ $-1/3$ $1/2$ 0 0 0 $1/3$ $1/3$	←	←	$1/2$ 0 0 0 $1/2$ $-1/2$ $1/2$ 0 0 0 $1/2$ $1/2$
$I - W^*W$	$1/2$ 0 $-1/2$ 0 0 0 0 0 $-1/2$ 0 $1/2$ 0 0 0 0 0	←	←	←
$A_1^T$	$\sqrt{2}/2$ 0	←	←	←
$A_2^T$	$-\sqrt{2}/2$ 0	←	←	←
$(1/m_0g)f_{01}^T$	0 $2/3$	←	←	0 $1/2$
$(1/m_0g)f_{02}^T$	0 $1/3$	←	←	0 $1/2$

あやつる問題の力学的側面について考察した。本論文の主な結果は次の5点である。

1) 協調的あやつりは、外力に対する対象物の剛性を設定するための合力の制御と、摩擦力の不確かさや変動に影響されにくくするための内力の制御に分けることができる。両者を適切に並用することにより、滑り易い対象物を外力に対して低い剛性で把持したり、こわれ易い対象物を外力に対して高い剛性で把持するなど、従来の腕または指毎のコンプライアンス制御では困難であり、人間が指で物体をあやつる際にも細心の注意を要するようなあやつりをロボットの腕や指で実現することができる。

2) 対象物の動特性を考慮した合力決定法を提案した。これによって動的な安定性を保証したままで、対象物の外力に対する剛性を任意に設定することができる。

3) ロボットの腕または指の先端が仕事を方向に力制御される場合には、その結果生じる対象物の運



**Table 2**  $y^0$  and optimal arm/finger forces including lagrange multipliers

	OBJECT A	OBJECT B	OBJECT C	OBJECT D
$\frac{y^0}{m_0g}$	$\frac{1}{3} \frac{4\sqrt{2}\lambda_1 + \sqrt{6}\lambda_2}{\lambda_1 + 2\lambda_2 - 8}$	$\frac{1}{3} \frac{4\sqrt{2}\lambda_1 + \sqrt{6}\lambda_2}{\lambda_1 - 8}$	$\frac{-1}{3} \frac{4\sqrt{2}\lambda_1 + \sqrt{6}\lambda_2}{\lambda_1 + 2\lambda_2 - 8}$	$\frac{\sqrt{2}(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_2 - 8}$
$\frac{f_1}{m_0g}$	$\frac{\sqrt{2}}{6} \frac{4\sqrt{2}\lambda_1 + \sqrt{6}\lambda_2}{\lambda_1 + 2\lambda_2 - 8}$ 2/3	$\frac{\sqrt{2}}{6} \frac{4\sqrt{2}\lambda_1 + \sqrt{6}\lambda_2}{\lambda_1 - 8}$ 2/3	$\frac{-\sqrt{2}}{6} \frac{4\sqrt{2}\lambda_1 + \sqrt{6}\lambda_2}{\lambda_1 + 2\lambda_2 - 8}$ 2/3	$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 - 8}$ 1/2
$\frac{f_2}{m_0g}$	$\frac{-\sqrt{2}}{6} \frac{4\sqrt{2}\lambda_1 + \sqrt{6}\lambda_2}{\lambda_1 + 2\lambda_2 - 8}$ 1/3	$\frac{-\sqrt{2}}{6} \frac{4\sqrt{2}\lambda_1 + \sqrt{6}\lambda_2}{\lambda_1 - 8}$ 1/3	$\frac{\sqrt{2}}{6} \frac{4\sqrt{2}\lambda_1 + \sqrt{6}\lambda_2}{\lambda_1 + 2\lambda_2 - 8}$ 1/3	$\frac{-(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_2 - 8}$ 1/2

**Table 3** Computed optimal arm/finger forces and inner forces

	OBJECT A	OBJECT B	OBJECT C	OBJECT D
$\lambda_1^0$	8/3(3+2√3)	—	0	$\lambda_1^0 + \lambda_2^0$
$\lambda_2^0$	0	—	0	=8/3(3+2√3)
$\frac{f_1^0}{m_0g}$	4/3(1+√3/2) 2/3	—	0 2/3	1+√3/2 1/2
$\frac{f_2^0}{m_0g}$	-4/3(1+√3/2) 1/3	—	0 1/3	-(1+√3/2) 1/2
$\frac{A_1y^0}{m_0g}$	4/3(1+√3/2) 0	—	0 0	1+√3/2 0
$\frac{A_2y^0}{m_0g}$	-4/3(1+√3/2) 0	—	0 0	-(1+√3/2) 0
$\alpha_1$	60°	—	45°	60°
$\alpha_2$	37.6°	—	60°	60°

動と矛盾しないような軌道为目标とする位置制御も同一方向に行わなければならない。

4) 6つの線形独立な合力  $Q^j$  ( $j=1, \dots, 6$ ) と  $-Q^j$  が最大静止摩擦力の制限の下で発生可能ならば、対象物に任意な加速度を与えることができる。

5) 最大静止摩擦力の制限の下で、合力を作るのに必要な最小の腕(指)力を与える内力を最適内力と定義し、ラグランジュ乗数法による非線形計画法を適用して、最適内力の計算法を確立した。  $m$ 本の腕または指に対して最適解が存在する場合には、最大  $\sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^j C_i$  組の代数方程式を解くことにより必ず求めることができる。

最後に、2章の定式化は京都大学大学院生(現在、日本電装(株)勤務) 小山俊彦君との議論から出発したものである。また、4章の最適内力の定義は、立命館大学教授 花房秀郎先生の示唆によるところが大きい。ここに記して深く謝意を表わす次第である。

参考文献

1) E. Nakano, S. Ozaki, T. Ishida and I. Kato, "Cooper-

rational Control of the Anthropomorphic Manipulator "MELARM", Proc. 4th International Symposium on Industrial Robots, pp.251-260, Tokyo, 1974

2) 黒野：一対の人工の手の協調制御，バイオメカニズム3，東大出版会，pp.182-193，1975

3) M. T. Mason, "Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators", IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Vol.SMC-11, pp. 418-432, 1981

4) 内山：マルチアーム協調のためのサーボ構成法，第1回日本ロボット学会学術講演会予稿集，pp.101-102，1983

5) 高瀬：束縛運動の表現と束縛下にあるマニピュレータの動的制御，計測自動制御学会論文集，Vol.21-5，pp. 508-513，1985

6) H. Hanafusa and H. Asada, "Stable Prehension by a Robot Hand with Elastic Fingers", Proc. 7th International Symposium on Industrial Robots, pp. 361-368, Tokyo, 1977

7) J. K. Salisbury, "Kinematic and Force Analysis of Articulated Hands", Ph. D. thesis, Stanford University Dept. of Mechanical Engineering, 1982

8) J. K. Salisbury and J. J. Craig, "Articulated Hands : Force Control and Kinematic Issues", International Journal of Robotics Research, Vol.1-1, pp. 4-17, 1982

9) H. Hanafusa, H. Kobayashi and K. Terasaki, "Fine Control of the Object with Articulated Multi-Finger Robot Hands", Proc. '83 International Conference on Advanced Robotics, pp.245-251, Tokyo, 1983

10) H. Kobayashi, "Control and Geometrical Consideration for an Articulated Robot Hand", International Journal of Robotics Research, Vol.4-1, pp. 3-12, 1985

11) H. Hanafusa, T. Yoshikawa, Y. Nakamura and K. Nagai, "Structural Analysis and Robust Prehension of Robotic Hand-Arm System", Proc. '85 International Conference on Advanced Robotics, pp.311-318, Tokyo, 1985

12) J. Kerr and B. Roth, "Analysis of Multifingered Hands", International Journal of Robotics Research, Vol.4-4, pp. 3-17, 1986

13) 吉川：ロボットアームの位置と力の動的ハイブリッド制御—手先拘束の記述と関節駆動力の算出—，日本ロボット学会誌，Vol.3-6，pp. 531-537，1985

14) O. Khatib, "The Operational Space Formulation in Robot Manipulator Control", Proc. 15th International Symposium on Industrial Robots, pp.165-172,