# 学術・技術論文

# 水平床反力限界を考慮した2脚ロボットの走行歩容生成

竹 中 透 $^{*1}$  松 本 隆 志 $^{*1}$  吉 池 孝 英 $^{*2}$  城 倉 信  $U^{*1}$ 

# Running Gait Generation for Biped Robot with Horizontal Force Limit

Toru Takenaka<sup>\*1</sup>, Takashi Matsumoto<sup>\*1</sup>, Takahide Yoshiike<sup>\*2</sup> and Shinya Shirokura<sup>\*1</sup>

In this paper, we propose a running gait generation method for a biped robot using the dynamics model with two foot masses, an inverted pendulum and a flywheel. The inverted pendulum and flywheel represent the horizontal motion and the bending motion of the upper body respectively. Initially the acceleration of the inverted pendulum is determined to satisfy the desired ZMP. If the horizontal ground reaction force exceeds its limit, the acceleration of the inverted pendulum is modified and the flywheel is accelerated to compensate this modification. To guarantee the continuity of gait generation, we extend previously proposed concept "the divergent component of the motion" to be applicable for the inverted pendulum under time-varying ground reaction force. Using this concept as the boundary condition, the current gait converges to the next cyclic gait. Compared with the boundary condition using position and velocity, proposed boundary condition requires smaller amount of modification of the desired ZMP trajectory.

Key Words: Humanoid Robot, Biped Robot, Gait Generation, Running, Horizontal Ground Reaction Force

# 1. はじめに

人と共存できる人間型ロボットを実現させるためには、様々 な状況変化に瞬時に対応できる俊敏な運動能力が必要である. 走行は、この能力を高める上で極めて効果的な移動形態である. 例えば、走行は、高速な移動であるだけでなく、踏み込みによ り足底に大きな摩擦力を発生させて、速度や方向を急峻に変化 させることも可能とする. さらに、崩れたバランスを急回復さ せるための手段ともなる.

Raibert ら [1] は、直動アクチュエータを持つロボットにおいて、着床位置を制御する制御則を用いて走行を実現した. 長崎 ら [2] は、脚長を正弦波状に伸縮させ、Raibert らと同様に、着 床位置を制御する手法によって走行パターンを生成した.

2脚ロボットの目標走行歩容生成法としては、滞空期では、重 心が放物運動を行いつつ重心まわりの角運動量が保存されるよう に運動を決定し、接地期では、歩行と同様な手法を用いて、目標 ZMPを満足するように運動を決定する手法が、長阪ら[3]、但 馬ら[4] および Kwonら[5] により提案された、藤本ら[6] も同 様に、滞空期と接地期での運動方程式を別々に立て、エネルギー 最小化の観点から運動を生成する手法を提案した、杉原ら[7] は、 接地期と滞空期の間で、上体姿勢を目標軌道に追従させる制御 から全角運動量を保存する制御へと、重みを徐々に変化させて、 境界条件を緩和させる手法を提案した.しかしこれらの手法に おいては、足底と床の間の摩擦限界が考慮されないので、離床 直前や着床直後など、鉛直床反力の小さい時期において、生成 される運動パターンが要求する水平床反力が摩擦限界を超え、 スリップが発生する恐れがある.スリップは、バランスを崩す 大きな原因の一つであり、避ける必要がある.

本稿では、上記課題を解決するために、重心の鉛直運動、上 体の水平運動および上体回転運動を、それぞれに対応する動力 学モデルで表現し、設定された水平床反力の許容範囲を満足す るように、これらの運動を合成することにより、走行歩容を生 成する手法を提案する.ところで筆者らは、歩行に関して、生 成される歩行歩容の継続性を保証するために、連続で周期的な 定常歩容に漸近するように所定期間分の目標歩容(今回歩容) を生成する手法を提案している [8].本稿では、この概念を走行 に拡張する.



Fig. 1 Running biped robot (ASIMO)

原稿受付 2011年3月24日

<sup>\*1</sup>本田技術研究所基礎技術研究センター

<sup>&</sup>lt;sup>\*2</sup>Honda Research Institute Europe GmbH

<sup>&</sup>lt;sup>\*1</sup>Honda R&D Co., Ltd. Fundamental Technology Research Center

<sup>\*&</sup>lt;sup>2</sup>Honda Research Institute Europe GmbH

<sup>■</sup> 本論文は有用性で評価されました.

以下,2章では、歩容生成のシステム構成を説明する.3章で は、提案する動力学モデルと、このモデルを用いて水平床反力 の許容範囲を満足するように運動の瞬時値を決定する手法を説 明する.4章では、定常歩容に漸近するように今回歩容を生成 する手法を説明し、5章では、歩容生成例および実際のロボッ トの走行結果を示す、6章では、結果をまとめ、今後の展望を 述べる.

## 2. 歩容生成システム

本稿中では,目標 ZMP 軌道, 脚軌道,上体軌道の組を歩容 と定義する.歩容生成システムは,

a)移動目的に応じて,着床位置,歩行周期など,足跡に関する計画を決定する移動計画部

b)移動計画部からの要求に応じて,継続性を保証した歩容を 生成する目標歩容生成部

から構成されるものとする. さらに, 目標歩容生成部は,

b1) 歩容パラメータを決定する歩容パラメータ決定部

b2) 歩容パラメータを基に,逐次,歩容の瞬時値を算出する 歩容瞬時値算出部

から構成されるものとする. なお. 歩容瞬時値を算出するため に必要な軌道やパターンは, すべてパラメータで表現されるも のとし, これらのパラメータを歩容パラメータと定義する. 後 述するように, 一歩の時間は複数の区間に分割され, 目標 ZMP などは, 区間の境界を折れ点とする折れ線で記述されるが, 区 間の境界時刻も歩容パラメータである.

歩容瞬時値算出部では、まず、歩容パラメータを基に目標 ZMP 軌道や脚軌道などの瞬時値が算出され、さらに、これらを基に 動力学モデルを用いて、逐次的に上体の位置と姿勢の瞬時値が 決定されることとする. 故に、歩容パラメータの中には、上体 の位置・姿勢の軌道を直接的に記述するパラメータは必要とし ない.

歩容パラメータの設定が不適切であると、生成される上体の 位置・姿勢の軌道が発散する.そこで、歩容の継続性を保証す るために、現在時刻までの歩容(以降、前回歩容と呼ぶ)に続 いて生成する歩容(以降、今回歩容と呼ぶ、今回歩容の期間は、 1から2歩程度とする)のパラメータ決定において、今回歩容 に続く定常歩容を設定することとする.定常歩容は、Fig.2に 示すように、2歩の歩容(以降1歩目を第1定常歩容、2歩目



Fig. 2 Current and cyclic gaits

を第2定常歩容と呼ぶ)を交互に繰り返し生成することで、絶 対空間上での移動量を除き、連続で周期的な運動が生成される 歩容である.すなわち、定常歩容の初期状態と終端状態は、絶 対空間上での位置と方向を除き、一致しなければならない.以 降、この条件を、定常歩容の連続性の条件と呼ぶ.Fig.2の例 では、今回歩容の期間は、今回歩容の遊脚(前回歩容の支持脚) が離床する瞬間から今回歩容の支持脚が離床する瞬間までとす る.この例では、今回歩容の終端時刻では、まだ、遊脚は、第 1定常歩容の支持脚接地予定点に移動している途中である.第 1および第2定常歩容に関しても、同様に設定することとする. なお、定常歩容は、今回歩容の終端条件を決定するための暫定 的な歩容であり、実際のロボットの制御において、目標値とし て生成される必要はない.

## 3. 動力学モデル

本稿では, Fig.3 に示すように, ロボットの上体の運動を, ロボット全体重心の鉛直運動成分, 上体の水平運動成分, および 上体の回転運動成分に分離し, それぞれに対応する動力学モデ ルを用意する. 以下ではそれぞれの運動成分に関して議論する.

# 3.1 鉛直運動成分

Fig.3(a)は、ロボット全体重心の鉛直運動を表すモデルであり、ロボット全質量に相当する質量を持つ質点が、鉛直方向に運動する. Fig.4に示すように、一歩の時間は複数の区間に分割され、重心鉛直加速度は、今回歩容と定常歩容において、区間の境界を折れ点とする折れ線状のパターンで表されると仮定する.滞空期での重心鉛直加速度は、-g(g:重力加速度定数)である. Fig.4の例は、今回歩容において、直立停止状態から重心をいったん下げ、次いで伸び上がることで、定常走行に移行するようすを示している. なお、重心鉛直加速度パターンの設定方法については、詳細を後述する.

# 3.2 水平運動成分

Fig.3(b)は、上体の水平運動に関する動力学モデルである. サジタル面上の運動とラテラル面上の運動は、動力学的に独立



(a) Vertical model (b) Horizontal model (c) Rotational model



Fig. 3 Dynamics models



Fig. 4 Vertical motion of COG

しているものとする.以下では、サジタル面上の運動に関して 説明する.このモデルは、上体の水平運動に対応する倒立振子 と両足部質点から構成される.

ここで、水平運動に関する表記を列挙する.

$$m_{sup}, m_{swg}$$
:支持/遊脚足部質点質量  
 $m_{pend}$ :倒立振子質点質量  
 $m_{total}$ :ロボット総質量(= $m_{pend} + m_{sup} + m_{swg}$ )  
 $x_{sup}, z_{sup}$ :支持脚足部質点水平/鉛直位置  
 $x_{swg}, z_{swg}$ :遊脚足部質点水平/鉛直位置  
 $x_{pend}$ :倒立振子水平位置  
 $\ddot{z}_{pend}$ :倒立振子鉛直加速度  
 $h:倒立振子の高さ(一定)$   
 $\ddot{z}_{cog}$ :ロボット全体重心鉛直加速度  
 $g:重力加速度定数$ 

なお,支持脚の足裏が床に面接触しているときの足首位置の床 への鉛直投影点を原点とし,床に固定された座標系を,支持脚座 標系と呼ぶ.以下では,特に断わらない限り,位置,速度,力な どは,今回歩容の支持脚座標系(Fig.2のXY座標系)で示す.

倒立振子鉛直加速度  $\ddot{z}_{pend}$  は,前述のように設計された重心 鉛直加速度  $\ddot{z}_{cog}$  と足部質点鉛直加速度  $\ddot{z}_{sup}$ , $\ddot{z}_{swg}$  を基に,次の 関係式より求められる.

$$m_{total}\ddot{z}_{cog} = m_{pend}\ddot{z}_{pend} + m_{sup}\ddot{z}_{sup} + m_{swg}\ddot{z}_{swg}$$
(1)

倒立振子によって原点まわりに発生する床反力のモーメント を倒立振子モーメントと呼び, *M*<sub>pend</sub> と表記する.すなわち, 倒立振子の支点が原点にあり,支点には,*M*<sub>pend</sub> のトルクを発 生するアクチュエータがあると考える.倒立振子の運動方程式 は,次式のようになる.ただし,倒立振子の高さの変動幅は,平 均高さに比べて無視できるものとし,倒立振子の高さは一定値 *h*と近似した.

$$\ddot{x}_{pend} = \frac{(g + \ddot{z}_{pend})}{h} x_{pend} + \frac{1}{h \cdot m_{pend}} M_{pend} \quad (2)$$

足部質点によって原点まわりに発生する床反力モーメントを 脚モーメントと呼び, *M*<sub>feet</sub> と表記する. 脚モーメントは, 次 式で求められる.

$$M_{feet} = -m_{sup} x_{sup} (g + \ddot{z}_{sup}) + m_{sup} \ddot{x}_{sup} z_{sup}$$
$$-m_{swg} x_{swg} (g + \ddot{z}_{swg}) + m_{swg} \ddot{x}_{swg} z_{swg}$$
(3)

# 3.3 回転運動成分

Fig.3(c)は、全体重心位置を変えずに上体を傾ける運動に対応する動力学モデルである.以降、この運動を、単に回転運動と呼ぶ.

ここで、回転運動に関する表記を列挙する.

 $\theta_{wheel}$ :フライホイール角度

 $M_{wheel}$ :フライホイールよって発生する床反力モーメント  $I_{wheel}$ :フライホイール慣性モーメント

フライホイール角度 θ<sub>wheel</sub> は、上体傾斜角に相当する.フラ イホイールよって発生する床反力モーメント M<sub>wheel</sub> は、上記 動作によってロボット全体が発生する床反力モーメントに相当 する.上記動作を行ったときにロボット全体が発生する床反力 モーメントと上体傾斜角加速度とは、比例するものとし、次式 の関係が成立するものとする.

$$M_{wheel} = I_{wheel} \ddot{\theta}_{wheel} \tag{4}$$

#### **3.4** 運動の合成

前述の三つの運動成分を合成した運動によって発生する床反 力を,総合床反力と呼ぶ.

総合床反力が原点まわりに作用するモーメントを,総合床反 カモーメントあるいは単に床反力モーメントと呼び, *M*<sub>total</sub> と 表記する. *M*<sub>total</sub> は,次式で求められる.

$$M_{total} = M_{feet} + M_{pend} + M_{wheel} \tag{5}$$

総合床反力の水平成分を,総合水平床反力あるいは単に水平 床反力と呼び, *F<sub>x-total</sub>* と表記する. *F<sub>x-total</sub>* は,次式で求められる.

$$F_{x \pm otal} = m_{pend} \ddot{x}_{pend} + m_{sup} \ddot{x}_{sup} + m_{swg} \ddot{x}_{swg}$$

$$(6)$$

総合床反力の鉛直成分を,総合鉛直床反力あるいは単に鉛直 床反力と呼び, *F<sub>z</sub>total* と表記する. *F<sub>z</sub>total* は,次式で求められる.

$$F_{z\_total} = m_{total} (\ddot{z}_{cog} + g) \tag{7}$$

水平運動成分は、床反力モーメントを発生させる場合に、水 平床反力(摩擦力)を発生するが、回転運動成分は、床反力モー メントを発生する場合に、水平床反力を発生しない、次節では、 この性質を利用して、水平運動成分と回転運動成分の合成の割 合いを調整することによって、総合水平床反力が許容範囲に制 限され、総合床反力モーメントが目標値に一致するように、歩 容の瞬時値を生成する手法を述べる。

# 3.5 水平床反力の制限を考慮した運動合成

歩容の足部軌道と目標 ZMP 軌道は、与えられているものと する.以降、目標 ZMP を $x_{total}^{ZMP}$ と表記する.**Fig.5**上段の点 線は、つま先で蹴って滞空期に移行し、べた足で着地する場合 の目標 ZMP 軌道の例である.この例では、目標 ZMP は、滞



Fig. 5 Original and modified ZMP trajectories



空期に、後ろ側の脚のつま先から前側の脚の足首直下に移動し、 接地期に、支持脚のつま先に徐々に移動している. なお、滞空期 における目標 ZMP 軌道は、任意に設定しても運動に影響がな いので、便宜上、適当な連続軌道に設定されることとする. 以 降、すべての折れ点での目標 ZMP の値の組を、目標 ZMP 軌 道パラメータと呼ぶ. 重心鉛直加速度 žcog パターンも、前述の ように折れ線で設定されているものとする.

歩容生成では、基本的には、動力学モデル全体の運動が目標 ZMP を満足するように、(すなわち、動力学モデル全体が目標 ZMP まわりに発生する床反力モーメントの水平成分が、0とな るように)倒立振子の水平加速度を決定するが、総合水平床反 力が許容範囲を逸脱する場合には、倒立振子の水平加速度が制 限される.この制限によって削減された床反力モーメントを補 うために、フライホイールが加速される.このままではフライ ホイールが発散する恐れがあるので、鉛直床反力が十分に大き く、総合水平床反力が許容範囲を逸脱する可能性がない時期に、 フライホイールに復元モーメント(*M*wheel\_rec</sub>と表記する)を 加える.このモーメントを生成するために、**Fig.6**に示すよう に、フライホイール復元用 ZMP (*x*<sup>ZMP</sup><sub>wheel\_rec</sub> と表記する)のパ ターンを、歩容パラメータの中に用意しておく.

以下に、歩容瞬時値の生成手順を示す.

STEPa1) 歩容パラメータを基に,足部質点運動瞬時値,目標 ZMP  $x_{total}^{ZMP}$ ,重心鉛直加速度,および鉛直床反力を算出する. STEPa2) 動力学モデル全体が目標 ZMP まわりに発生すべき 床反力モーメントの水平成分が,0 であることから,次式によ り,原点まわりの目標の総合床反力モーメント $M_{total}$ を求める.

$$M_{total} = -F_{z\_total} x_{total}^{ZMP} \tag{8}$$

STEPa3) 水平床反力許容範囲 [-F<sub>lim</sub>, F<sub>lim</sub>] を, 次式によって



Fig. 7 Allowable range of horizontal reaction force

決定する. ただし, μ は, 足底と床の間の摩擦係数以下に設定 する. **Fig.7**は, 許容範囲を模式的に図示したものである.

$$F_{lim} = \mu m_{total} (\ddot{z}_{cog} + g) \tag{9}$$

STEPa4) 歩容パラメータを基に、フライホイール復元用 ZMP  $x_{wheel\_rec}^{ZMP}$ を求め、次式により、フライホイール復元モーメント  $M_{wheel\_rec}$ を算出し、この値を  $M_{wheel}$ に代入する.

$$M_{wheel\_rec} = -F_{z\_total} x_{wheel\_rec}^{ZMP}$$
(10)

STEPa5) 式 (3) により 
$$M_{feet}$$
 を求める.  
STEPa6) 式 (5) により  $M_{pend}$  を求める.  
STEPa7) 式 (2) により  $\ddot{x}_{pend}$  を求める.  
STEPa8) 式 (6) により  $F_{x,total}$  を求める.  
STEPa0)  $F_{x,total}$  を求める.

STEPa9)  $F_{x,total}$ が許容範囲  $[-F_{lim}, F_{lim}]$  を超えないように, 倒立振子の加速度を制限する.具体的には,次式によって求め られる  $M_{pend}^{mdfd}$  を式(2)の  $M_{pend}$  に代入することで,改めて  $\ddot{x}_{pend}$ を求める.

$$M_{pend}^{mdfd} = \begin{cases} M_{pend} - h(F_{x\_total} - F_{lim}) & (F_{x\_total} > F_{lim}) \\ M_{pend} - h(F_{x\_total} + F_{lim}) & (F_{x\_total} < -F_{lim}) \\ M_{pend} & (else) \end{cases}$$
(11)

STEPa10) 上記制限によって削減された総合床反力モーメント を補うために、次式により  $M_{wheel}$  を再決定し、式(4) により  $\ddot{\theta}_{wheel}$  を求める.

$$M_{wheel} = M_{total} - M_{pend}^{mdfd} - M_{feet}$$
(12)

STEPa11)  $\ddot{x}_{pend}$  と  $\ddot{\theta}_{wheel}$  をそれぞれ積分して, 倒立振子の 水平位置と速度, フライホイールの角度と角速度を得る. STEPa12) 重心鉛直位置, 倒立振子の位置およびフライホイー

S1EPa12) 単心始直位直, 国立振士の位直およびフライホイー ル角度を基に, 対応する上体位置・姿勢を算出する.

以上の手順によって生成される運動は、目標 ZMP を満足し つつ、水平床反力が許容範囲内に収められる(Fig.7 太線).ま た,鉛直床反力を0、水平床反力の許容範囲を[0,0]に設定する だけで、自動的に重心は放物運動となり、角運動量変化率は0 となる.すなわち、本手法によって、滞空期と接地期の運動生 成が統一的に記述される.

# 4. 定常歩容に漸近する歩容の生成

歩容パラメータの設定が不適切である場合に,歩容瞬時値の

算出手法に従って歩容を生成し続けると、実現不可能な全体姿勢になるおそれがある.これを防ぎ、歩容生成の継続性を保証するために、筆者らは、歩行に関して、今回歩容の上体軌道が定常歩容の上体軌道に漸近するように、今回歩容パラメータを決定する手法を提案している[8].以下では、これを走行に拡張する.

#### 4.1 継続性を保証する歩容パラメータの決定法

歩容パラメータの決定手法について,まず,その概要を以下 に示す.なお,STEPb1からSTEPb5までは,今回歩容とそ れに続く定常歩容のパラメータが設計される.

STEPb1)移動指示(移動速度ベクトルや旋回角速度など)に応じて,目標着床位置と歩行周期を決定する(Fig.2).

STEPb2) 足部軌道を決定する.

STEPb3) 鉛直重心運動パターンを決定する (Fig. 4). 具体的 には, 各区間の境界時刻を適当に定めておいてから, 以下のよ うに折れ線状のパターンを設計する. なお, Fig. 4 の例では, 鉛 直加速度が急激に変化しないように, 鉛直加速度が変化する区 間を, 鉛直加速度が一定の区間よりも長めに設定している.

定常歩容の連続性の条件から、定常歩容の重心鉛直加速度パ ターンは、平均加速度が0となるように設計される.また、定 常歩容の初期重心鉛直速度は、定常歩容の平均速度が0となる ように決定される.なお、定常歩容の初期重心鉛直位置は、膝 関節角度が適切な値となるように決定される.

今回歩容の重心鉛直加速度パターンは、今回歩容終端での鉛 直重心位置・速度が、定常歩容初期での位置・速度に一致する ように設計される。例えば Fig.4 においては、今回歩容での 2 箇所の一定加速度期間における加速度値が調整される。

STEPb4) 目標 ZMP 軌道を, 前述のように設定する.

STEPb5) 水平床反力の許容範囲を, 前述のように設定する (Fig. 7).

STEPb6) 定常歩容が連続性の条件を満足するように、定常歩 容パラメータを探索する。

STEPb7) 今回歩容の倒立振子が定常歩容に漸近し,かつ,今 回歩容のフライホイール軌道が定常歩容のフライホイール軌道 に接続するように,今回歩容の目標 ZMP 軌道パラメータとフ ライホイール復元用 ZMP 軌道パラメータを修正する.

以下では、STEPb6 と STEPb7 について説明する.

#### 4.2 定常歩容の初期状態の探索

本節では、連続性の条件を満足するように定常歩容の初期状態を探索するアルゴリズムについて説明する.

STEPc1) フライホイール復元用 ZMP パターンの台形高さ  $K_{wheel\_rec}^{ZMP}$  を 0, フライホイールの初期角速度を 0 に仮設定 する.

なお、フライホイールの初期角度は適当に決定する. STEPc2) 倒立振子の初期状態として、ある候補を選ぶ. STEPc3) 定常歩容パラメータを基に、第3.5節に示した運動 生成法に従って歩容を生成し、倒立振子の終端状態を得る. STEPc4) 倒立振子の終端状態と初期状態との差を求める.た だし、この時、倒立振子の終端状態は、定常歩容2歩目の支持 脚座標系(Fig.2のX'Y'座標系)上の値に、倒立振子の初期 状態は、今回歩容の支持脚座標系(Fig.2のXY座標系)上の 値に、それぞれ変換しておく.

STEPc5)上記の差が十分に小さくなるまで、最急降下法などを 用いて倒立振子初期状態の新たな候補を決定しながらSTEPc3 とSTEPc4を繰り返すことにより、定常歩容の連続性の条件を 満足する倒立振子初期状態を得る。

STEPc6)フライホイールの終端状態と初期状態の間の角度差と角速度差を求める.

STEPc7) 上記の差が0となるように、 $K_{wheel\_rec}^{ZMP}$ と初期角速 度を修正する.ただし、第1定常歩容の $K_{wheel\_rec}^{ZMP}$ と第2定常 歩容の $K_{wheel\_rec}^{ZMP}$ は、同じ値に設定することとする.なお、フ ライホイールは線形であるので、 $K_{wheel\_rec}^{ZMP}$ と初期角速度の修 正量は、解析的に算出できる.

STEPc8)  $K_{wheel\_rec}^{ZMP}$  を修正すると、倒立振子の挙動が変化するので、 $K_{wheel\_rec}^{ZMP}$ の修正量が十分に小さくなるまで、STEPc2から STEPc7 を繰り返す.

以上のアルゴリズムにより、今回歩容の支持脚座標系から見た 定常歩容の倒立振子初期状態(位置: $x_{pend}^{cyc.init}$ ,速度: $\dot{x}_{pend}^{cyc.init}$ ) とフライホイールの初期状態(位置: $\theta_{wheel}^{cyc.init}$ ,速度: $\dot{\theta}_{wheel}^{cyc.init}$ ) を得る.

# 4.3 鉛直加速度変化を考慮した発散成分の提案

筆者らは、今回歩行歩容を定常歩行歩容に漸近させるために、 線形倒立振子と両足部質点からなるモデルの運動に対し、収束 成分、発散成分、という概念を提案している [8]. 以下では、鉛 直方向の加速度変化を伴う倒立振子の運動に対応できるように、 この概念を拡張する. なお、以下の議論では、水平床反力の制 限は行われないものとする.

まず,式(2)を,次式のように状態方程式で表現する.ただし, "⊥"は,転置を表す.

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A_c(t)\boldsymbol{x} + B_c(t)\boldsymbol{u}, \quad \boldsymbol{x} = (x_{pend} \ \dot{x}_{pend})^{\perp}, \quad \boldsymbol{u} = M_{pend}$$
$$A_c(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1\\ (g + \ddot{z}_{pend}) & 0 \end{pmatrix}, \quad B_c(t) = \begin{pmatrix} 0\\ 1\\ \overline{h \cdot m_{pend}} \end{pmatrix}$$
(13)

サンプリング時間を Δ*T* とし,入力を 0 次ホールドとするこ とで,この系を次式のように離散化する.

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = A(k)\boldsymbol{x}_k + B(k)\boldsymbol{u}_k \tag{14}$$

ここで

$$\omega_0 = \sqrt{\left|\frac{g + \ddot{z}_{pend}}{h}\right|} \tag{15}$$

と置くと、A(k), B(k)は、次式のようになる。  $\ddot{z}_{pend} > -g$ ならば、

$$A(k) = \begin{pmatrix} \cosh(\omega_0 \Delta T) & \frac{\sinh(\omega_0 \Delta T)}{\omega_0} \\ \omega_0 \sinh(\omega_0 \Delta T) & \cosh(\omega_0 \Delta T) \end{pmatrix},$$
$$B(k) = \begin{pmatrix} \frac{\cosh(\omega_0 \Delta T) - 1}{\omega_0^2 \cdot h \cdot m_{pend}} \\ \frac{\sinh(\omega_0 \Delta T)}{\omega_0 \cdot h \cdot m_{pend}} \end{pmatrix}$$

 $\ddot{z}_{pend} = -g \ c \ b \ d,$ 

$$A(k) = \begin{pmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B(k) = \begin{pmatrix} \frac{(\Delta T)^2}{2} \frac{1}{h \cdot m_{pend}} \\ \Delta T \frac{1}{h \cdot m_{pend}} \end{pmatrix}$$

 $\ddot{z}_{pend} < -g \ c \ b \ d$ ,

$$A(k) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 \Delta T) & \frac{\sin(\omega_0 \Delta T)}{\omega_0} \\ -\omega_0 \sin(\omega_0 \Delta T) & \cos(\omega_0 \Delta T) \end{pmatrix},$$
$$B(k) = \begin{pmatrix} -\frac{\cos(\omega_0 \Delta T) - 1}{\omega_0^2 \cdot h \cdot m_{pend}} \\ \frac{\sin(\omega_0 \Delta T)}{\omega_0 \cdot h \cdot m_{pend}} \end{pmatrix}$$
(16)

初期状態 **x**(0) と入力時系列 **u**(k) が与えられたとき, **x**(k) は, 次式のようになる.

$$\boldsymbol{x}(k) = \phi_{cyc}(k,0)\boldsymbol{x}(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \phi_{cyc}(k,i+1)B(i)\boldsymbol{u}(i)$$
(17)

ただし,

$$\phi_{cyc}(k,j) = \begin{cases} A(k-1)A(k-2)\cdots A(j) & (k>j)\\ I & (else) \end{cases}$$
(18)

連続性の条件を満足した定常歩容の倒立振子状態量を $x_{cyc}(k)$ と置き,初期状態が $x_{cyc}(0) + \Delta x_{cyc}(0)$ である場合での状態 量を $x_{cyc}(k) + \Delta x_{cyc}(k)$ と表す.これを式 (17)のx(k)に代 入することにより、次式を得る.

$$\Delta \boldsymbol{x}_{cyc}(k) = \phi_{cyc}(k,0) \Delta \boldsymbol{x}_{cyc}(0) \tag{19}$$

定常歩容の終端時刻(定常歩容の周期)を $k_{cyc}^E \Delta T$ とすると、 次式が成立する.

$$\Delta \boldsymbol{x}_{cyc}(k_{cyc}^{E}) = \phi_{cyc}(k_{cyc}^{E}, 0) \Delta \boldsymbol{x}_{cyc}(0) \qquad (20)$$

 $\phi_{cyc}(k_{cyc}^{E}, 0)$ の固有値を $\lambda_{p}, \lambda_{q}$ とすると, $\ddot{z}_{pend}$ の値にかかわらずA(k)の行列式の値は1であることから,次式の関係を得る.

$$\lambda_p \lambda_q = \det \phi_{cyc}(k_{cyc}^E, 0) = \prod_{k=0}^{k_{cyc}^E - 1} \det A(k) = 1$$
(21)

ところで、A(k)の二つの固有値の積は1である.また、 $\ddot{z}_{pend}$ が -gよりも正側に大きい場合には、A(k)の固有値は、互いに 異なる実数の組になり、そうでない場合には、A(k)の固有値は、 共役複素数の組になる。厳密な議論はできないが、 $\phi_{cyc}(k_{cyc}^{E}, 0)$ の固有値に関しても同様な傾向があると考えられる。定常歩容 の $\ddot{z}_{pend}$ の平均値は0であり、-gよりも正側に十分に大きい ので、以下では、 $\lambda_q$ は1より大きい実数、 $\lambda_p$ は1より小さい 実数であるとする(この点については、シミュレーションの節 で改めて議論する).

固有値  $\lambda_p, \lambda_q$  それぞれに対応して、ある固有ベクトルを選び 列ベクトルとして並べると、次の形式を持った変換行列  $\Gamma_{cyc}$  が 得られる.

$$\Gamma_{cyc}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_p \\ 1 & \gamma_q \end{pmatrix}$$
(22)

ただし、 $\gamma_p, \gamma_q$  は正の実数である. $\Gamma_{cyc}$ を用いて、次式のよう に  $\Delta x_{cyc}(k)$ を ( $\Delta p(k) \Delta q(k)$ )<sup>⊥</sup> に変換する.

$$(\Delta p(k) \ \Delta q(k))^{\perp} = \Gamma_{cyc}^{-1} \Delta \boldsymbol{x}_{cyc}(k)$$
(23)

これを式(20)に代入して、次式を得る.

$$(\Delta p(k_{cyc}^E) \ \Delta q(k_{cyc}^E))^{\perp} = \Lambda (\Delta p(0) \ \Delta q(0))^{\perp} (24)$$

ただし,

$$\Lambda = \Gamma_{cyc}{}^{-1}\phi_{cyc}(k_{cyc}^E, 0)\Gamma_{cyc}$$
(25)

である. Λ は次式のような対角行列になる.

$$\Lambda = diag(\lambda_p, \lambda_q) \tag{26}$$

以上の関係から、定常歩容をn回繰り返すと、 $\Delta p(0)$ は、 $\lambda_p$ の n 乗倍になり、 $\Delta q(0)$ は $\lambda_q$ のn 乗倍になる、すなわち、 $\Delta p(0)$ は 0 に収束し、 $\Delta q(0)$ は発散する傾向を持つ.

ここで,次式により,定常歩容の初期収束成分 *p*<sub>cyc</sub>(0) と初 期発散成分 *q*<sub>cyc</sub>(0) を定義する.

$$(p_{cyc}(0) \ q_{cyc}(0))^{\perp} = \Gamma_{cyc}^{-1} \boldsymbol{x}_{cyc}(0)$$
 (27)

今回歩容の終端状態を基に変換行列  $\Gamma_{cyc}$  を用いることによっ て求められる今回歩容の終端発散成分が,定常歩容の初期発散 成分に一致していれば,今回歩容の終端状態を初期状態として, 定常歩容パラメータを用いて運動を生成し続けると, $\Delta q(0)$ が 0 であるので,倒立振子は, $x_{cyc}(k)$ に漸近する.次節では,こ の性質を用いて,定常歩容に漸近するように今回歩容を修正す る手法を述べる.

なお、水平床反力の制限機能がある場合でも、 $\Delta q(k)$  (k = 0, 1, 2, ...)の挙動は、制限機能の影響を受けにくい. この理由を 説明するために、改めて  $x_{cyc}(k)$ を、制限機能がある場合の定 常歩容の倒立振子軌道であるとすると、 $x_{cyc}(k)$ が制限に掛っ ている時には、 $\Delta q(k)$ によって発生する水平床反力は、制限を 受けて0に近づくか、制限を受けないかのいずれかである.

ところが、 $x_{cyc}(k)$ が制限に掛かる時期では、鉛直床反力もほ ほ 0 であるので、制限動作がなかったとしても、 $\Delta q(k)$ によっ て発生する水平床反力は、元々0 に近い、すなわち、 $\Delta q(k)$ の挙 動は、制限機能がある場合でも、ない場合と大きくは違わない.

# 4.4 今回歩容倒立振子の定常歩容初期発散成分への接続

本節では、今回歩容の倒立振子が定常歩容に漸近するように、 今回歩容の目標 ZMP 軌道パラメータを修正する手法を説明する. STEPd1)まず、前述のように求めた定常歩容の初期状態から、 定常歩容の初期発散成分 q<sub>cyc</sub>(0)を求める.

STEPd2) Fig.5 下段に示す単位高さの台形状の修正用 ZMP

軌道  $x_{unit}^{ZMP}(t)$  を準備する.

STEPd3) 台形状の修正用 ZMP 軌道の大きさを決定するため の定数候補  $K_{add}^{ZMP}$  に 0 を代入する.

STEPd4) 修正された軌道が今回歩容の目標 ZMP 軌道に  $K_{add}^{ZMP} x_{unit}^{ZMP}(t)$ を加えた軌道となるように,今回歩容の目標 ZMP 軌道パラメータを修正する (Fig.5 上段).

STEPd5) 今回歩容パラメータを基に、初期から終端まで歩 容を生成し、得られた終端状態から今回歩容終端発散成分  $q_{curr}(k_{curr}^{E})$ を求める.

STEPd6)  $q_{curr}(k_{curr}^{E})$  と  $q_{cyc}(0)$  の差  $q_{diff}$  を求める.

STEPd7) 上記の差が十分に小さくなるまで、最急降下法などを用いて  $K_{add}^{ZMP}$  の新たな候補を決定しながら STEPd4 から STEPd6 までを繰り返す.

以上のように、境界条件として、位置と速度の両方を用いる 代わりに発散成分を用いることによって、境界条件が緩和され る.この結果、ZMP 軌道の修正量が比較的小さくなることが 期待される [8] [9].

4.5 今回歩容フライホイールの定常歩容への接続

本節では、今回歩容のフライホイール軌道が定常歩容のフラ イホイール軌道に接続するように、今回歩容のフライホイール 復元用 ZMP 軌道を修正する手法を説明する.

STEPe1)まず,前節のように目標 ZMP 軌道が修正された今回歩容の終端フライホイール角度・角速度と,第4.2節で求められた定常歩容の初期フライホイール角度・角速度との差を求める.

STEPe2) 今回歩容と第1定常歩容に, それぞれ Fig.6 と同様 の1自由度の台形状のフライホイール復元用 ZMP 軌道を準備 する.

STEPe3) 今回歩容と第1定常歩容を続けて生成したときに、その終端状態が、第2定常歩容の初期状態と一致するように、それぞれの台形高さを解析的に決定する.

STEPe4) フライホイールの挙動だけを修正すると,動力学モ デルの運動による慣性力と床反力とのつり合いが崩れてしまう. そこで,STEPd4 で修正された目標 ZMP 軌道とフライホイー ル復元用 ZMP 軌道を合成した軌道になるように,目標 ZMP 軌道パラメータを修正する.

なお、フライホイールの接続のために、今回歩容と第1定常 歩容の両方の期間を使って軌道を修正するので、このための目 標 ZMP の修正量は比較的小さい.したがって、ZMP 軌道が、 修正によって支持多角形から逸脱するおそれは少ない.

# 5. 走行歩容の生成例

ASIMO (Fig. 1) [10] と同じ脚長の実験用ロボット (質量 50 [kg]) に対して、5.0 [km/h] の定常走行から 6.0 [km/h] の 定常走行まで加速する走行歩容を生成した例を Fig. 8 に示す. 左から順に,前回歩容,今回歩容,第1定常歩容,第2定常歩 容を表す.前回歩容の歩幅は 0.440 [m],今回歩容と定常歩容の 歩幅は 0.525 [m] とした.また、すべての歩容に関して、接地 期間は 0.235 [s],滞空期間は 0.080 [s] とした.本ロボットに対 応する 3 質点モデルの上体質量比率 (m<sub>pend</sub>/m<sub>total</sub>) は 0.82,



Fig. 8 Trajectories of inverted pendulum and flywheel model during running from 5 [km/h] to 6 [km/h]

倒立振子の高さhは0.803 [m] とし、制御周期は5 [ms] とした. 倒立振子鉛直加速度(最上段の図の点線)には、滞空期において、自由落下を超えた下向きの加速度が現れている.これは、 滞空期において、脚質点の下向きの加速度が小さいためである. この定常歩容の倒立振子鉛直加速度パターンを基に、式(15) (16)(18)を用いて、 $\phi_{cyc}(k_{cyc}^E, 0)$ の二つの固有値を求めると、 ともに実数となり、 $\lambda_q$ は8.82、 $\lambda_p$ は0.113になった.仮に、定 常歩容の倒立振子鉛直加速度が常に0であったとすると、 $\lambda_q$ は 9.04、 $\lambda_p$ は0.111となるので、倒立振子鉛直加速度のパターン が $\phi_{cyc}(k_{cyc}^E, 0)$ の固有値に及ぼす影響は、数パーセント以下で あると言える.

滞空期およびその近傍においては、フライホイールを加速させることによって、水平床反力が許容範囲(最下段の図の点線)内に制限されている様子が見られる.一方、鉛直床反力が大きい時期には、フライホイール復元用 ZMP によって、フライホイールを目標角度(本例では 0°)に戻すための角加速度が発生している. 原点まわりの目標総合床反力モーメント  $M_{total}$ は、今回歩容の終端発散成分を定常歩容の初期発散成分に一致させるための目標 ZMP 修正量  $K_{add}^{ZMP} x_{unit}^{ZMP}(t)$ とフライホイール復元用 ZMP  $x_{wheel\_rec}^{ZMP}$ とによって修正されているが、 $M_{total}$  の修正量のほとんどが  $K_{add}^{ZMP} x_{unit}^{ZMP}(t)$ によるものである.  $K_{add}^{ZMP} x_{unit}^{ZMP}(t)$ は、Fig.5 のような台形状であり、台形高 だ $K_{add}^{ZMP}$ は、一0.050 [m] である. したがって、修正された目 標 ZMP 軌道は、支持多角形内に収まっている.

提案する手法によって生成された目標歩容を用いて実験用ロ ボットを実際に走行させたときの鉛直床反力と水平床反力を Fig.9に示す.ただし,提案する動力学モデルとロボットの詳 細モデルとの差を打ち消すように,目標歩容の上体位置・姿勢 には,補正が加えられている.床と足底の間の摩擦係数は,0, 4である.床反力の実際値は,両足首下に備えられた6軸力セ ンサ検出値から求めている.滞空期にも,水平床反力が発生し ているように見えるが,脚先端部の慣性力の影響による測定誤 差である.鉛直床反力に関しては,実際値と目標値の差が減少



Fig. 9 Ground reaction forces during running at 6 [km/h]

するように,足部の位置と姿勢を修正するフィードバック制御 (コンプライアンス制御)が行われているため,この差は,目標 総合鉛直床反力ピーク値の20%以下に収まっている.

これに対し,水平床反力に関しては コンプライアンス制御を 行っていないため,実際値の変動は比較的大きい.しかし,摩 擦円錐内に床反力が収まっており,スリップは生じていない.

# 6. おわりに

鉛直床反力に応じて水平床反力の許容範囲を設定し、この範 囲を超えないように、上体水平運動に対応する倒立振子と、上 体回転運動に対応するフライホイールの運動を決定することに より、スリップし難い走行歩容を生成する手法を提案した.ま た、鉛直方向の加速度変化を伴う倒立振子の運動に対する発散 成分、という概念を提案し、今回歩容終端発散成分と、暫定的 に設定された定常歩容の初期発散成分が一致するように、今回 歩容を修正する手法を提案した.この手法により、今回歩容の 目標 ZMP の修正量は、比較的小さくなり、今回歩容は定常歩 容に漸近する.すなわち、ZMP 軌道が支持多角形から逸脱す ることを抑制しつつ、継続性を保証した歩容が生成できるよう になった.また、この手法を用いて、ASIMO と同じ脚長の実 験用ロボットにより、スリップしにくい 6.0 [km/h] 走行を実現 した.

本稿の手法をヨー軸まわりの上体回転運動にも適用すること

# Ø

竹中 透(Toru Takenaka)

1983 年東京工業大学大学院修士課程修了(制御工 学専攻).現在(株)本田技術研究所基礎技術研究 センター上席研究員.ヒューマノイドロボット,マ ン・マシン・システム等の研究に従事. (日本ロボット学会正会員)

# 吉池孝英(Takahide Yoshiike)

1998年東京大学大学院修士課程修了(機械情報工学 専攻). 1998年より(株)本田技術研究所基礎技術 研究センター研究員. 2009年よりHonda Research Institute Europe GmbH にて Principal Scientist. ヒューマノイドロボットの運動生成の研究に従事. (日本ロボット学会正会員) で、スピンを抑制することも可能である.

筆者らは、本稿の手法の一部を用いて、ASIMO において、
2004 年に 3.0 [km/h] の直線走行を発表し、さらに翌年には
6.0 [km/h] の直線走行と 5.0 [km/h] の旋回走行を発表している(Fig. 1).

本稿の手法では、滞空期は、鉛直床反力を0、水平床反力許 容範囲を[0,0]とすることで表現され、滞空期と接地期が統一 的に扱われる.また、歩行と走行との中間的な運動や低い摩擦 係数の床での歩行にも対応できる.今後の課題は、いかなる瞬 間からでも運動を自在に変更可能にすることである.

# 参考文献

- [1] M.H. Raibert: Legged Robot that Balance. MIT Press, 1986.
- [2] T. Nagasaki, S. Kajita, K. Kaneko, K. Yokoi and K. Tanie: "A Running Experiment of Humanoid Biped," Proceedings of 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.136–141, 2004.
- [3] K. Nagasaka, Y. Kuroki, S. Suzuki, Y. Itoh and J. Yamaguchi: "Integrated Motion Control for Walking, Jumping and Running on a Small Bipedal Entertainment Robot," Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, New Orleans, pp.3189–3194, 2004.
- [4] R. Tajima, D. Honda and K. Suga: "Fast Running Experiments Involving a Humanoid Robot," IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1571–1576, 2009.
- [5] O. Kwon and J.H. Park: "Gait Transitions for Walking and Running of Biped Robots," Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Taipei, Taiwan, September, pp.1350-1355, 2003.
- [6] Y. Fujimoto: "Trajectory Generation of Bipedal Running Robot with Minimum Energy Consumption," Proceedings of IEEE International Conference on Robots and Automation, pp.3803–3808, 2004.
- [7] T. Sugihara and Y. Nakamura: "Enhancement of Boundary Condition Relaxation Method for 3D Hopping Motion Planning of Biped Robots," Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robotics and Systems, San Diego, pp.444-449, 2007.
- [8] 竹中, 松本, 吉池: "定常歩容に漸近する 2 脚ロボットの自在歩容生成", 日本ロボット学会誌, vol.29, no.5, pp.455-462, 2011.
- [9] 竹中, 松本, 吉池:脚式移動ロボットの歩容生成装置, 特許番号 3672100 号, 出願 2002 年, 登録 2005 年.
- [10] 重見,河口,吉池,川辺,小川: "新型 ASIMO の開発", Honda R&D Technical Review, vol.18, no.1, pp.38-44, 2006.



# 松本隆志(Takashi Matsumoto)

1991 年東京工業大学工学部機械工学科卒業.現在 (株)本田技術研究所基礎技術研究センター主任研 究員.ヒューマノイドロボットの研究に従事.

#### 城倉信也(Shinya Shirokura)

2002 年慶應義塾大学大学院修士課程修了(理工学 研究科開放環境科学専攻).現在(株)本田技術研 究所基礎技術研究センター所属.ヒューマノイドロ ボットの運動生成の研究に従事.